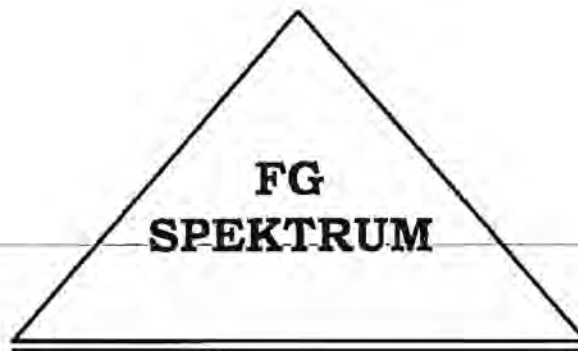




Mitteilungsblatt der
Fachgruppe

S P E K T R O S K O P I E

der Vereinigung der
Sternfreunde e.V.

Rundbrief Nr. 30 (2005)

Einzelheft: 3,50 Euro (plus Porto)
Herausgeber: Ernst Pollmann
Charlottenburgerstraße 26c
51377 Leverkusen

Inhaltsverzeichnis

Seite

Joachim Draeger	Reduktion spaltloser Spektren mit Hilfe einer Kreuz-Korrelation.....1
Thomas Hunger	Was uns Spektren von Sternen verraten: Grundlagen der Sternatmosphärenphysik.....8
Bernd Hanisch	Die Spektren der hellsten Wolf-Rayet-Sterne.....17
Michael Winkhaus	Aufnahme u. Analyse von Sternspektren (IV).....23

Reduktion spaltloser Spektren mit Hilfe einer Kreuz-Korrelation

J. Draeger

Zusammenfassung

Die Beobachtung von flächenhaften Emissionslinien-Objekten mit einem spaltlosen Spektrographen liefert Informationen, die mit einem Spaltspektrographen nicht oder nur mit hohem Aufwand erhalten werden können. Dieser Vorteil wird jedoch mit erheblichen Komplikationen bei der Datenreduktion erkauft. Der Artikel zeigt, daß die Kreuz-Korrelation eines Spektrums mit dem Modell eines typischen Emissionslinienbildes wesentliche spektroskopische Informationen des Spektrums isolieren und so die Datenreduktion entscheidend vereinfachen kann. Eine erste prototypische Anwendung auf ein Spektrum der solaren Chromosphäre und L-Korona während der totalen Sonnenfinsternis am 21.06.2001 in Lusaka (Zambia) liefert vielversprechende Ergebnisse.

1 Einführung

Spaltlose Spektrographen registrieren die Emissionen von flächenhaften Objekten als zweidimensionale Linienbilder. Mit einem Spaltspektrographen lassen sich Informationen vergleichbaren Umfangs nur durch ein aufwendiges schrittweises Abtasten der Objektfläche gewinnen. Diese Effizienz spaltloser Spektrographen wird jedoch mit einer Faltung der in Dispersionsrichtung liegenden Ortsdimension x mit der Wellenlänge λ erkauft, da einerseits zwei Ortsdimensionen x, y und die Wellenlänge λ gleichzeitig erfasst werden, andererseits übliche Detektoren nur zweidimensional arbeiten. Anders ausgedrückt überlagern spaltlose Spektrographen also die Spektren der verschiedenen Objektpositionen miteinander, wobei die relative Anordnung der Objektpositionen für jede Wellenlänge erhalten bleibt. Adäquat nutzen lassen sich die in einem spaltlosen Spektrum enthaltenen Informationen erst nach Aufhebung der geschilderten Faltung, also nach Separierung des Spektralsignals von dem Bildsignal. Andernfalls wäre beispielsweise bereits die Bestimmung der Wellenlängendifferenz zwischen zwei Emissionen mit Problemen behaftet. Eine solche Separierung kann basierend auf einer Kreuz-Korrelation erreicht werden.

Der Artikel ist wie folgt aufgebaut. Abschnitt 2 zeigt, wie mit Hilfe einer Kreuz-Korrelation eine Isolierung der spektroskopischen Informationen des Ausgangsspektrums erreicht werden kann. Abschnitt 3 baut den in Abschnitt 2 beschriebenen Ansatz für eine praktische Verwendbarkeit aus. Zur Veranschaulichung wird das resultierende Verfahren auf ein spaltloses Spektrum angewandt, welches während der totalen Sonnenfinsternis 2001 in Lusaka aufgezeichnet wurde. Der Artikel schließt mit einem kurzen Ausblick in Abschnitt 4.

2 Datenreduktion durch Kreuz-Korrelation

2.1 Ansatz der Kreuz-Korrelation

Wie bereits in der Einleitung angemerkt, falten spaltlose Spektrographen Orts- und Wellenlängeninformationen miteinander. Die Intensitätsverteilung $L_\lambda(x, y)$ des Beobachtungsobjekts für die Wellenlänge λ wird durch das Beobachtungsinstrument also als $\delta(x - x_\lambda(\lambda), y) * \delta(x - x', y - y') * L_\lambda(x, y)$ registriert, wobei (x', y') die Position des Objekts im Bildfeld¹ und $x_\lambda(\lambda)$ die Dispersionsfunktion des Spektrographen bedeutet; δ bezeichnet die Diracsche Delta-Funktion [4]. Für ein Objekt mit einzelnen Emissionen in den Wellenlängen λ_i , $i \in \Lambda$ ergibt sich daraus ein Spektrum

$$\begin{aligned} S(x, y) &= \sum_{i \in \Lambda} \delta(x - x_\lambda(\lambda_i), y) * \delta(x - x', y - y') * L_{\lambda_i}(x, y) \\ &= \sum_{i \in \Lambda} L_{\lambda_i}(x - x' - x_\lambda(\lambda_i), y - y'). \end{aligned} \quad (1)$$

¹Bei Verwendung eines Gitters als dispersives Element ist dieser Parameter gleichbedeutend mit der Position der 0.ten Ordnung.

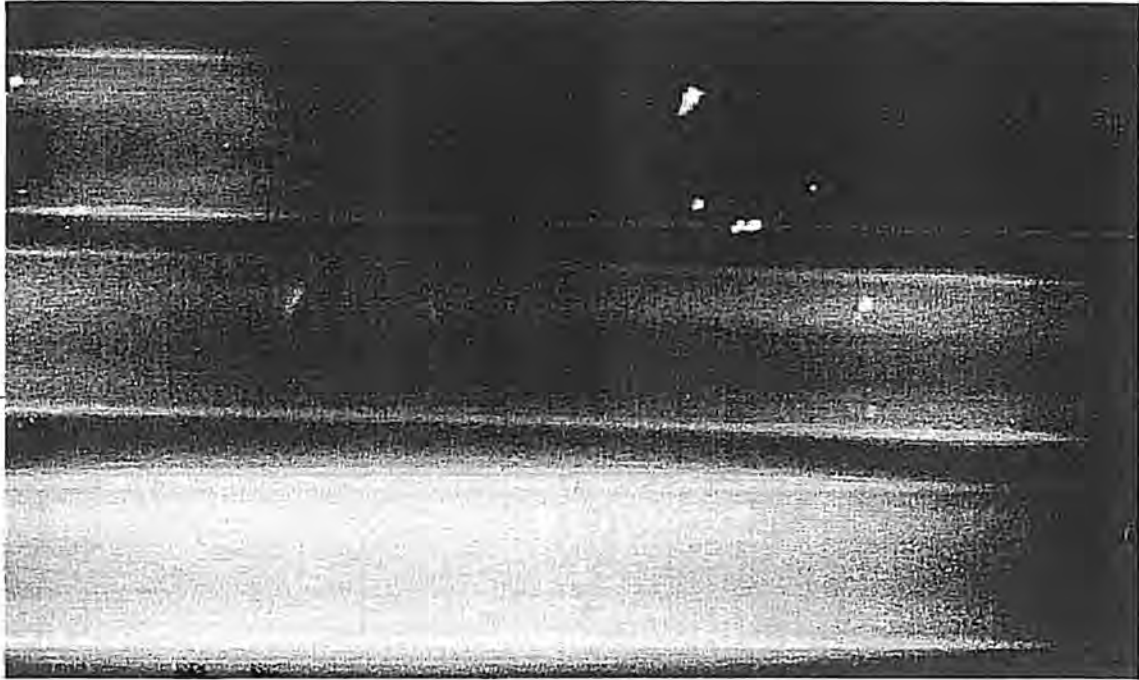


Abbildung 1: Spaltloses (Roh-)Spektrum der Sonnenatmosphäre, aufgenommen während der totalen Sonnenfinsternis am 21.06.2001 in Lusaka (Zambia) [2]. Die Aufspaltung in drei Teilspektren schwächt durch die höhere Dispersion die Stärke des Hintergrunds ab; dennoch besitzt das untere blaue Teilspektrum infolge der proportional zu λ^{-4} anwachsenden Rayleigh-Streuung einen sehr starken Hintergrund. Dadurch sind auch relativ starke Emissionen wie etwa $H\beta$ und $H\gamma$ kaum noch erkennbar. Der rote und grüne Bereich des sichtbaren Lichts wird durch das obere und mittlere Teilspektrum abgedeckt. Die Wellenlänge nimmt in allen Teilspektren jeweils von links nach rechts zu. Da die Aufnahme weit entfernt vom 2. bzw. 3. Kontakt gemacht wurde, sind selbst die stärksten chromosphärischen Linien im wesentlichen nur anhand der sichelförmig angeordneten Protuberanzen identifizierbar. Von den koronalen Linien ist Fe XIV 5303 im grünen Teilspektrum gut erkennbar, die in ihrem ringförmigen Verlauf eine als Flare zu deutende vereinzelte Aufhellung besitzt.

Die Bestimmung der Intensitätsverteilungen $L_{\lambda_i}(x, y)$ aus $S(x, y)$ über das Gleichungssystem (1) ist im Falle punktförmiger Objekte trivial, da dann

$$S(x, y) = \sum_{i \in \Lambda} I_{\lambda_i} * \delta(x - x' - x_{\Lambda}(\lambda_i), y - y')$$

gilt mit I_{λ_i} als gesuchte Spektralverteilung des Objekts. Ist das beobachtete Objekt dagegen flächenhaft, benötigt man für eine eindeutige Lösung von (1) infolge der Unterbestimmtheit dieses Problems zusätzliche Informationen. Die Einführung einer für alle Linienbilder $L_{\lambda_i}(x, y)$ gültigen Intensitätsverteilung — im folgenden kurz als Linienmodell $L^m(x, y)$ bezeichnet — stellt solches zusätzliches Wissen dar. Sie führt ein spaltloses Spektrum näherungsweise auf eine Faltung des Spektralsignals mit dem Objektbild zurück [6] und transformiert so die Gleichung (1) mit $|\Lambda| \cdot |L_{\lambda_i}|$ Variablen entsprechend der Anzahl der Linienbilder multipliziert mit ihrer Größe in die bedeutend einfachere Beziehung

$$S(x, y) = \sum_{i \in \Lambda} I_i L^m(x - x' - x_{\Lambda}(\lambda_i), y - y') \quad (2)$$

mit nur noch $|L^m| + |\Lambda|$ freien Parametern. Die Koeffizienten I_i bezeichnen die relative Intensität des Linienbildes L_{λ_i} , d.h. es gelte $L_{\lambda_i} = I_i L^m$. Für ein Emissionsspektrum gilt $I_i > 0$ für nur wenige $i \in I \subset \Lambda$ (d.h. $|I| \ll |\Lambda|$), während alle übrigen I_j , $j \in \Lambda \setminus I$, als gleich Null angenommen werden können. Überdeckt das Linienmodell L^m nur einen kleinen Teil des Spektrums S und gilt für die Anzahl der im Spektrum enthaltenen Emissionslinien $|I| \ll |\Lambda|$, so wird $|L^m| + |I| \leq |S|$. Das Gleichungssystem (2) ist nicht mehr unterbestimmt, und es können nun (zumindest näherungsweise) Lösungen berechnet werden. Aus organisatorischen Gründen geschieht diese Rechnung in Form einer Kreuz-Korrelation [5, 8].

2.2 Einfache Kreuz-Korrelation

Die Kreuz-Korrelation ist eine bewährte und allgemein verwendbare Technik zur Detektion vorgegebener Features [3, 5]. In unserem Fall soll sie die Positionen des Linienmodells $L^m(x, y)$ der Größe $L \times K = |L^m|$ (und damit die zu den einzelnen Emissionen korrespondierenden Linienbilder) im gegebenen spaltlosen Spektrum S der Größe $M \times N = |S|$ identifizieren, wobei $|L^m|$ als klein gegenüber $|S|$ angenommen wird. Dazu verschiebt man L^m an alle möglichen Positionen von S und berechnet jeweils die Euklidische Metrik

$$\begin{aligned} d^2(i, j) &= \sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K (L^m(x, y) - S(x-i, y-j))^2 \\ &= \sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K ((L^m)^2(x, y) + S^2(x-i, y-j) - 2L^m(x, y)S(x-i, y-j)) \end{aligned}$$

als Maß der Unterschiedlichkeit [8] des jeweiligen Bildausschnitts $S'(i, j) := S(x-i, y-j) |_{1 \leq x \leq L, 1 \leq y \leq K}$ von S und des Linienmodells L^m . Da $\sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K (L^m)^2(x, y)$ konstant ist, kann in Fällen mit von i, j annähernd unabhängigen Term

$$\sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K S^2(x-i, y-j) \quad (3)$$

der Kreuz-Korrelations-Koeffizient

$$c(i, j) := L^m * S'(i, j) := \sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K L^m(x, y) S(x-i, y-j)$$

als Maß für die Ähnlichkeit von S' mit L^m dienen. Denn unter der gemachten Annahme (3) wird das Quadrat $d^2(i, j)$ der Metrik genau dann minimal, wenn $c(i, j)$ sein Maximum erreicht. Die gesuchten Signaturen spektraler Emissionen sind also als lokale Maxima identifizierbar entsprechend zu

$$\begin{aligned} L^m * S'(i, j) &= L^m * \left(\sum_{i \in \Lambda} I_i L^m(x - x' - x_\Lambda(\lambda_i), y - y') \right) \\ &= \sigma^2(x, y) \left(\sum_{i \in \Lambda} I_i \delta(x - x' - x_\Lambda(\lambda_i), y - y') \right) \end{aligned} \quad (4)$$

mit $\sigma^2(x, y)$ als Standardabweichung des als Wahrscheinlichkeitsverteilung aufgefassten Linienmodells L^m . Typischerweise wird $\sigma^2(x, y)$ die Gestalt eines Gaußprofils besitzen [4]. Die Abbildung ausgedehnter Linienbilder auf derartige lokale Features macht die Kreuz-Korrelation auch auf Fälle mit gegenseitiger Überlappung der Linienbilder anwendbar.

2.3 Normalisierte Kreuz-Korrelation

Ist die Annahme $\sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K S^2(x, y) \approx \text{constant}$ — siehe Ausdruck (3) — verletzt, können die resultierenden Intensitätsvariationen des Kreuz-Korrelations-Koeffizienten $c(i, j)$ das Vorliegen von Emissionslinien vortäuschen. Fehlidentifikationen wären die Folge. Die Einführung einer absoluten Mindestintensität von $c(i, j)$ als notwendiges Charakteristikum für eine Emissionslinie löst das Problem nicht, da die Stärke von $c(i, j)$ eher von der mittleren Gesamthelligkeit der jeweiligen Bildregion $S'(x, y)$ als von dessen räumlichen Struktur abhängt [10]. Mit anderen Worten kann ein exakter Match zwischen L^m und einem Linienbild möglicherweise einen kleineren Koeffizienten $c(i, j)$ liefern als der zwischen L^m und einem Bereich mit einem isolierten Pixel sehr hoher Intensität.

Zur Vermeidung derartiger Schwierigkeiten wird die normalisierte Kreuz-Korrelation [11] angewandt, welche die Intensitätsskala in den miteinander korrelierten Regionen auf das Einheitsintervall beschränkt und so einen absoluten Maßstab für den Kreuz-Korrelations-Koeffizienten einführt. Erst dadurch lassen sich Rauschen und 'echte' Emissionen aufgrund ihrer unterschiedlichen Intensität voneinander unterscheiden [9]. Die Normalisierung erfolgt mit Hilfe der Cauchy-Schwarz Ungleichung [12]

$$\sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K A(x, y) B(x+u, y+v) \leq \sqrt{\sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K A^2(x, y) \sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K B^2(x+u, y+v)}.$$

Angewandt auf einen Punkt (i, j) mit $i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N$ ist der normalisierte Kreuz-Korrelations-Koeffizient $C(i, j) \in [-1, 1]$ also gegeben durch

$$C(i, j) := \frac{\sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K (L^m(x, y) - \bar{L}^m)(S(x + i, y + j) - \bar{S}(i, j))}{\sqrt{\sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K (L^m(x, y) - \bar{L}^m)^2} \sqrt{\sum_{x=1}^L \sum_{y=1}^K (S(x + i, y + j) - \bar{S}(i, j))^2}} \leq 1.$$

Darin stellt $\bar{L}^m$ die mittlere Intensität in L^m dar, während $\bar{S}(i, j)$ den entsprechenden Mittelwert von S' repräsentiert.

Während die Kreuz-Korrelation effizient im Fourier-Raum realisierbar ist, gibt es für die normalisierte Form der Kreuz-Korrelation keine vergleichbare Formulierung im Fourier-Raum [8]. Daher wird hier grundsätzlich auf dem Signalraum gearbeitet, auch wenn dadurch der resultierende Algorithmus aufgrund des erforderlichen Rechenaufwands im Vergleich mit anderen konvolutionsbasierten Verfahren relativ langsam ist.

3 Anwendung der Kreuz-Korrelation

3.1 Lineare Reduktion des Kreuz-Korrelations-Resultats

Die Spektrallinien sind im Resultat $M := L^m * S$ der Kreuz-Korrelation in Form einzelner Signalpeaks erkennbar. Ihre Isolation geschieht mit Hilfe eines linearen (d.h. für photometrische Zwecke brauchbaren) Verfahrens. In einem ersten Schritt wird zunächst das (Verfahrens)Rauschen N_V in M reduziert. Denn aufgrund der Summenbildung, die definitionsgemäß in der Kreuz-Korrelation enthalten ist, führt selbst ein geringfügiger Rauschanteil in S unter Umständen zu beträchtlichen unphysikalischen Fluktuationen N_V in M [12]. Da N_V folglich die Gegenwart von Emissionslinien vortäuschen kann, müssen diese Intensitätsschwankungen entfernt werden. Ihr isolierter Charakter rechtfertigt die Annahme einer Dekorrelation, wodurch die betrachteten Variationen typischerweise höhere räumliche Frequenzanteile haben als der eigentliche Bildinhalt [10]. Infolgedessen ist eine effektive Reduktion des Rauschenanteils N_V durch lineare Tiefpaßfilterung (d.h. Mittelung) möglich [12]. Hat etwa die Wahrscheinlichkeitsverteilung von N_V den Mittelwert 0 und die Standardabweichung σ und wird über n Pixel gemittelt, so gehorcht der Rauschterm im Resultat einer Wahrscheinlichkeitsverteilung mit Mittelwert 0 und Standardabweichung $\sigma/\sqrt{n}$. Die Mittelung erfolgt mit einer linearen Konvolution [7], welche allerdings eine gewisse Unschärfe produzieren kann. Um die Signaturen der Emissionen zu bewahren, sollte die Größe des Filterkerns typischerweise kleiner sein als die Skala der Emissionssignaturen [1].

Im zweiten Schritt werden Impulse hoher Frequenz isoliert, welche mit hoher Wahrscheinlichkeit als Signaturen realer Emissionen aufzufassen sind. Die Längenskala des dafür angewandten Hochpaß-Filters sollte gemäß den bisher gemachten Erfahrungen in etwa mit der FWHM² einer typischen Emissionssignatur übereinstimmen. Ein ursprünglich eventuell vorhandenes hochfrequente Rauschen, das so gewöhnlich verstärkt wird [12], wurde bereits im vorangegangenen Arbeitsschritt soweit wie möglich entfernt. Der verwendete Hochpaßfilter ist ein anisotropes Unsharp Masking in Dispersionsrichtung, welches auf folgendem Prinzip beruht [6]: Das Ausgangsbild enthält sowohl hohe als auch niedrige Frequenzen, das mit einem Tiefpaß gefilterte Bild jedoch nur die niedrigen. Die Subtraktion des Tiefpaß-gefilterten Bildes vom Ausgangsbild liefert somit ein Bild, dessen Inhalt auf die hohen Frequenzanteile des Ausgangsbildes wie etwa die Ausprägungen lokaler Maxima beschränkt ist. [1]. Die damit verbundene Verlängerung der Kantengradienten mit einem Überspringen an beiden Enden [10] bewirkt jedoch das Auftreten von Negativitäten, welche in einem dritten und letzten Schritt abgeschnitten werden müssen.

3.2 Nichtlineare Reduktion des Kreuz-Korrelations-Resultats

Intensitätsverhältnisse bleiben bei linearen Operationen aus prinzipiellen Gründen erhalten, was quantitative Vergleiche von Intensitätsdaten entscheidend erleichtert. Die daraus resultierende Invarianz von S/N [6] bedeutet jedoch den Verzicht auf eine grundsätzliche Verminderung des Rauschens. Eine solche ist nur durch Rückgriff auf nichtlineare Methoden möglich und verlangt damit im Gegenzug die Aufgabe der quantitativen Vergleichbarkeit der Intensitäten. Ein entsprechendes Verfahren kann durch Erweiterung der lineare Datenreduktion um mehrere zusätzliche Arbeitsschritte bereitgestellt werden:

² Als FWHM (Full Width at Half Maximum) bezeichnet man die Halbwertsbreite, d.h. die gesamte Breite der Signatur in halber Höhe

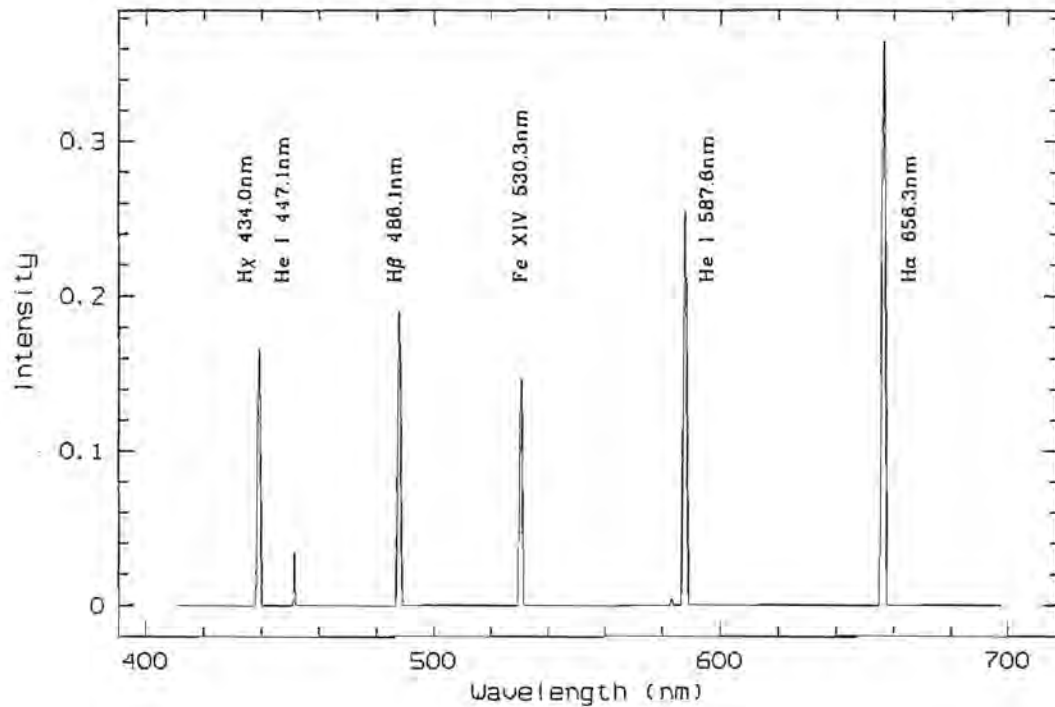
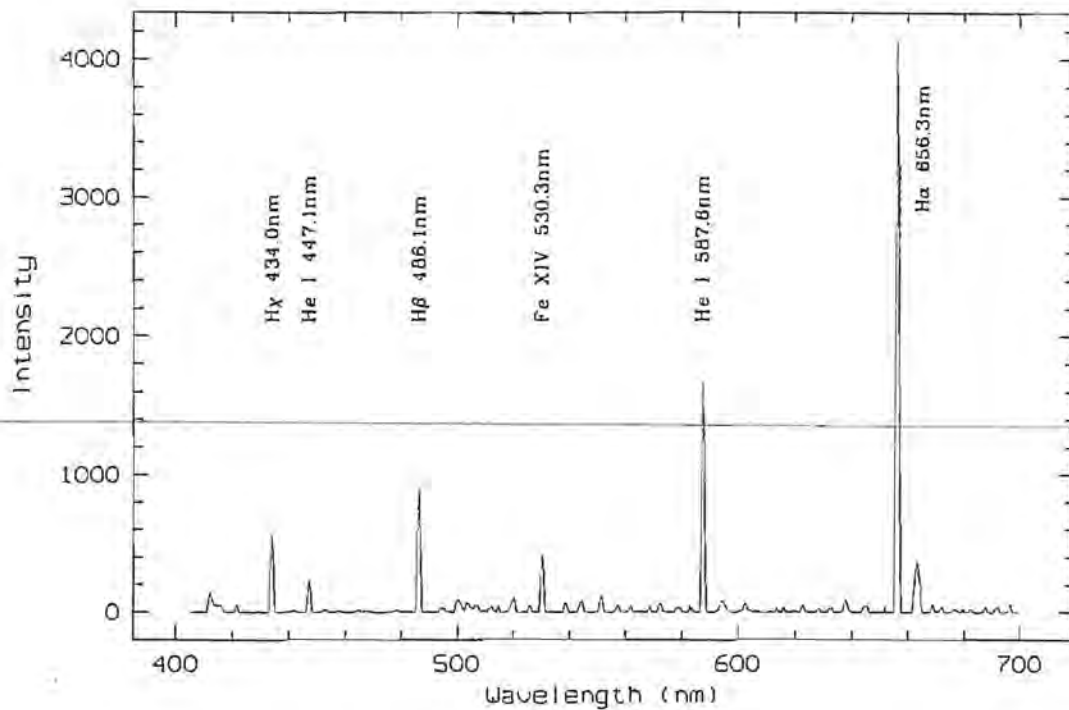


Abbildung 2: Oben: Der vorgestellte Algorithmus liefert für das Spektrum aus Abbildung 1 im linearen Mode das hier dargestellte, durchaus brauchbare Resultat. Genau die visuell erkennbaren Linienbilder sind auch im reduzierten 1-dimensionalen Spektrum erkennbar. Unten: Dasselbe Spektrum, dieses Mal mit der normalisierten Kreuz-Korrelation im nichtlinearen Mode bearbeitet mit einer Mindestintensität von $G = 0.08$ für die Emissionssignaturen. Wie man sieht, ist das Rauschen signifikant reduziert. Allerdings ist dafür die Korrelation zwischen berechneter und tatsächlicher Signalintensität weitgehend verloren gegangen. Wie man sieht, ist das Rauschen bereits im linearen Reduktionsmode sehr gering. Damit erhebt sich die Frage nach der Zweckmäßigkeit des nichtlinearen Reduktionsmodes, welcher eine weitere Verminderung des Rauschens mit einem zusätzlichen Informationsverlust erkaufte. Gerade bei photographisch gewonnenen Spektren erscheint der nichtlineare Mode jedoch vorteilhaft, da er gezielt Signaturen unterdrücken kann, welche allein auf das Kornrauschen des Films zurückzuführen sind.

1. Der zur Reduzierung des Rauschens in M eingesetzte lineare Filter liefert für stetiges Rauschen akzeptable Ergebnisse, kann impulsartiges Rauschen jedoch weit weniger gut behandeln. Zur Entfernung singulärer Artefakte hoher Intensität wird daher zusätzlich ein Median-Filter angewandt. Im Vergleich mit einem linearen Tiefpaßfilter produziert ein Medianfilter einen größeren Anteil hoher räumlicher Frequenzen, so daß der Trade-Off zwischen Rauschunterdrückung und Erhalt der Bilddetails oft besser ist als bei linearen Filtern [10, 13].
2. Das Unsharp Masking zur Isolation der Signaturen von Emissionslinien basiert bei der nichtlinearen Datenreduktion auf einem Median-Filter statt wie üblich auf einem linearen Filter mit unbegrenzten Bandbreite [7]. Dadurch werden Details betont, ohne gleichzeitig das Rauschen zu verstärken.
3. Der Arbeitsschritt zum Abschneiden eventueller Negativitäten nach Ausführung des Unsharp Masking kann bei Verwendung einer normalisierten Kreuz-Korrelation gleichzeitig das verbleibende Rauschen begrenzen. Durch Abschneiden bei einem positiven Grenzwert G anstelle von Null definiert man eine Mindestintensität, die eine Signalsignatur in $C(i, j)$ besitzen muß, um als Emission und nicht als Rauschen betrachtet zu werden. Da ein ideales Matching der normalisierten Kreuz-Korrelation einen Impuls der Amplitude 1 liefert, läßt sich leicht ein geeigneter Grenzwert festlegen. Der Wert von G sollte erfahrungsgemäß bei etwa $\approx 0.05 - 0.1$ liegen. Formal setzen wir also

$$M := \begin{cases} M(x, y) \in M & \text{falls } M(x, y) > G \\ 0 & \text{falls } M(x, y) \leq G \end{cases}$$

4. Wie bereits in Gleichung (4) benutzt, liefert die Autokorrelation des Linienmodells L^m die Standardabweichung σ^2 der L^m zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung. Aus dem zentralen Grenzwertsatz folgt, daß σ^2 und somit auch die Emissionssignatur in erster Näherung ein Gaußprofil besitzt. Dies läßt sich für eine automatische Identifikation der Emissionssignaturen vorteilhaft nutzen. Leider wird im zuvor beschriebenen Arbeitsschritt die Gaußförmigkeit durch das Abschneiden des Signals unterhalb eines gewissen Intensitätslimits erheblich beeinträchtigt. Um die automatische Identifizierbarkeit nicht zu gefährden, findet daher eine Pulsformung durch Faltung mit einem Gaußprofil statt.

3.3 Berücksichtigung von variierender Neigung und Gitteranamorphismus

Das Verfahren ist gegenüber Verzerrungen des Linienmodells wie etwa Skalierungen und Rotationen vergleichsweise empfindlich [12]. Zwei relativ zueinander verzerrte bzw. gedrehte chromosphärische Linienbilder mit zahlreichen Protuberanzen hinterlassen beispielsweise im Resultat der Kreuz-Korrelation anstelle eines einzelnen starken Signals oft einen ganzen Wald schwacher Signaturen: Jeder solche Peak repräsentiert dann einen Translationswert des Linienmodells relativ zum Spektrum S , für den zwei Protuberanzen zufällig miteinander matchen.

Zwei mögliche Ursachen für eine solche Verzerrung sind für uns besonders wichtig. Zum einen kann die Neigung α des Spektrums S etwa durch Aufteilung in mehrere spektrale Ordnungen variieren, zum anderen erfolgt aufgrund des Gitteranamorphismus eine wellenlängenabhängige Stauchung bzw. Streckung s^λ der Linienbilder in Dispersionsrichtung. Bezogen auf den Projektionswinkel ρ gilt für den Skalierungsfaktor $s^\lambda = 1/\cot \rho$. Um sowohl Neigung α als auch Skalierung s^λ adäquat zu berücksichtigen, wird das Linienmodell L^m als Funktion der Wellenlänge λ betrachtet und positionsabhängig geometrisch aufbereitet gemäß

$$G_\lambda(L_i) := \begin{pmatrix} \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/s_i^\lambda & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix} L_i.$$

Die Größen α_i , s_i^λ stellen die speziell für das Linienbild L_i geltenden Parameter der Verzerrung dar. Sie sind durch einen Vergleich der Koordinaten markanter Punkte in den einzelnen Linienbilder erhältlich; der Winkel α_i ergibt sich darüber hinaus mit hoher Präzision anhand $\alpha_i = \arctan a_i$ aus der Steigung a_i der Spektratenverläufe $a_i x + b_i$, die bei früheren Durchläufen des Algorithmus bestimmt worden sind.

Die praktische Anwendung der geometrischen Aufbereitung erfolgt durch Aufteilung des Spektrums S in einzelne Abschnitte s , innerhalb denen die Parameter α_i und s_i^λ jeweils als konstant angenommen werden. Das Programm führt nun Regressionen über die Parameter α_i , s_i^λ der Linienbilder L_i in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ durch. Es berechnet daraus die entsprechenden Werte für die zentrale Wellenlänge des aktuellen Spektralbereichs s . In der Kreuz-Korrelation wird nun anstelle von L^m das geometrisch normalisierte Linienmodell $G_\lambda(L^m)$ verwendet, das eine Anpassung von L^m an

die geometrischen Verhältnisse des Abschnitts s darstellt. Die Resultate der Kreuz-Korrelation von benachbarten Abschnitten s, s' werden zur Vermeidung von Diskontinuitäten durch einen allmählichen Übergang aneinandergesetzt. Resultate mit unterschiedlichen Neigungswinkeln α sind vor der Zusammenfügung durch eine entsprechende Rotation zu horizontalisieren. Dies optimiert gleichzeitig alle zur Isolierung der Emissionsspektren erforderlichen anisotropen Filteroperationen, weil dann die Dispersionsrichtung und die Hauptachsen der jeweiligen Filterkerne aufeinander ausgerichtet werden.

4 Ausblick

Eine auf Grundlage des hier beschriebenen Verfahrens erstellte Software hat in ersten Tests die prinzipielle Funktionsfähigkeit der Kreuz-Korrelation zur Reduktion spaltloser Spektren nachgewiesen. In das Reduktionsverfahren sind dabei neben den theoretischen Überlegungen auch praktische Erfahrungen eingeflossen. Die Aufbereitung der Spektren ist daher innerhalb gewisser Grenzen variierbar. Für spezielle Situationen kann sich eine alternative Methode durchaus als besser geeignet herausstellen. Angewandt auf das Rohbild 1 ergibt das beschriebene Verfahren jedenfalls ein durchaus brauchbares Ergebnis (siehe Abb. 2).

Die Kreuz-Korrelation soll nun zur Analyse von Beobachtungsergebnissen genutzt werden, die während der totalen Sonnenfinsternisse 1999 von M. Rudolf und 2001 von M. Rudolf zusammen mit dem Autor gewonnen wurden. Die Erweiterungen, die für ihre praktische Anwendung noch erforderlich sind, scheinen geringfügig und beschränken sich im wesentlichen wohl auf die Nutzbarkeit einer Stapelverarbeitung und eine allgemeinere Datenverwaltung. Unter Umständen müssen vor einer Anwendung jedoch noch praktische Erfahrungswerte gesammelt werden.

Danksagung

Herrn M. Rudolf und Herrn A. Jakoblich danke ich für die angenehme Zusammenarbeit bei der gemeinsamen Beobachtung der Sonnenfinsternis 2001. Herrn M. Rudolf bin ich darüber hinaus für das Entwickeln und Einscannen der Bilder dankbar. Diese wurden zum Austesten des vorgestellten Verfahrens benutzt. Dank schulde ich außerdem A. Kronawitter, G. Stenz, G. Gebhard und D. Goretzki für viele wertvolle Hinweise zu diesem Artikel.

Literatur

- [1] R. Berry, J. Burnell: The Handbook of Astronomical Image Processing, Willmann-Bell 2000
- [2] J. Draeger: Spektroskopische Beobachtungen der Totalen Sonnenfinsternis vom 21.6.2001, VdS Journal für Astronomie 14(2004)59
- [3] R.O. Duda, P.E. Hart: Pattern Classification and Scene Analysis, Wiley 1973
- [4] E. Weisstein: CRC Concise Encyclopedia of Mathematics, CRC Press 1999
- [5] R. Gonzales, R. Woods: Digital Image Processing, Addison-Wesley 1992
- [6] B. Jähne: Image Processing for Scientific Applications, CRC 1997
- [7] R. Klette, P. Zamperoni: Handbook of Image Processing Operators, Wiley 1994
- [8] J.P. Lewis: Fast Normalized Cross-Correlation, Preprint
- [9] M. Magee et al.: Automated Identification of Martian Craters using Image Processing, Lunar and Planetary Science 34(2003)1756
- [10] W. Pratt: Digital Image Processing, Wiley 1991
- [11] R. Rajagopal: Pattern Matching Based on a Generalized Transform, Preprint
- [12] A. Rosenfeld, A. Kak: Digital Picture Processing, Academic Press 1982
- [13] J.W. Tukey: Exploratory Data Analysis, Addison-Wesley 1971

Was uns Spektren von Sternen verraten - oder: Einige Grundlagen der Sternatmosphärenphysik

U. Thomas Hunger, Warstein

Zusammenfassung

In diesem Bericht werden die Grundzüge der Sternatmosphärenphysik dargestellt. Zunächst wird auf den Strahlungstransport eingegangen. Die eindimensionale Transportgleichung wird im Detail untersucht. Die Verallgemeinerung auf drei Dimensionen erlaubt eine erste Diskussion der Sterne. Anschließend wird auf die kontinuierliche Absorption eingegangen, die für die Bildung der Kontinuumsstrahlung der Sterne sorgt. Die Formation der Absorptionslinien bildet den Abschluß.

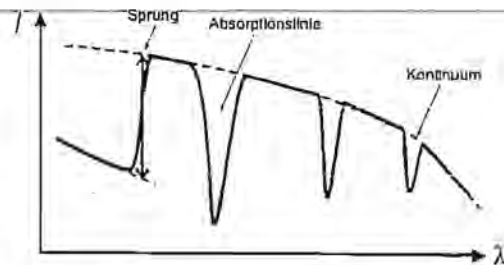


Abb. 1: Schema eines Sternspektrums, das Absorptionslinien und einen Kontinuumsprung zeigt.

werden uns einen ersten Einblick vermitteln.

Einleitung In Diskussionen auf der Tagung der VdS-Fachgruppe „Spektroskopie“ im Jahr 2002 hatte sich ein Bedarf an theoretischem Hintergrundwissen über Sternatmosphären abgezeichnet. Dieser Beitrag soll ein erster Versuch sein, dem gerecht zu werden. Basis für diesen Text bildet der Vortrag des Autors gehalten auf der Tagung im Mai 2004 in Heppenheim.

Ziel der Ausführung ist, die prinzipiellen „Zutaten“ eines Sternspektrums darzustellen. Ein solches ist - zumindest schematisch - in Abb. 1 gezeigt. Neben Einbrüchen bei bestimmten Wellenlängen λ in der ansonsten recht kontinuierlich verlaufenden Intensität I gibt es auch einen Sprung.

Bevor wir mit der Theorie starten, soll die Darstellung einiger Tatsachen, die schon die Begründer der Spektroskopie erkannten, erfolgen. Die Ergebnisse sind lehrreich und

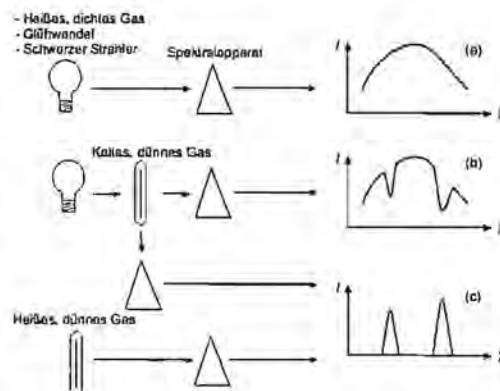


Abb. 2: Die KIRCHHOFF-Gesetze. (a) Kontinuierliches Spektrum. (b) Absorptionslinienspektrum. (c) Emissionslinienspektrum.

Was lernen wir aus den Kirchhoff-Gesetzen? Abb. 2 zeigt die unterschiedlichen Arten von Spektren und deren Generation im Labor. Dabei wird das Licht von unterschiedlichen Quellen durch einen Spektralapparat (hier als Prisma angedeutet) in

seine farblichen Bestandteile zerlegt¹ (=dispersiert). Die resultierenden Spektren zeigen sehr unterschiedliche Eigenschaften:

- a) Ein heißes und dichtes Gas, eine Glühwendel oder der in der Physik beliebte (theoretische) Fall des Schwarzen Strahlers erzeugen ein *kontinuierliches Spektrum*, welches eine relativ strukturlose Intensitätsverteilung aufweist.
- b) Eine Lichtquelle, die selbst ein kontinuierliches Spektrum erzeugt, beleuchtet ein kaltes, dünnes Gas. Gemäß der vorhandenen Stoffe im Gas erscheinen nun Dellen im Spektrum. Die Intensität wird an diesen Stellen geschwächt. Die Dellen sind die Absorptionslinien, das Spektrum ist das *Absorptionslinienspektrum*.
- c) Wird nun dafür gesorgt, daß das kalte, dünne Gas ohne Einfluß der Lichtquelle beobachtet wird, erscheinen im Spektrum helle Stellen an den Positionen der Absorptionslinien. Ähnliches erzeugt man, in dem das dünne Gas aufgeheizt wird. Das Spektrum ist ein reines *Emissionslinienspektrum*. Es sei erwähnt, daß das Flash-Spektrum während einer totalen Sonnenfinsternis dem ersten Fall gut entspricht!

Die meisten Sterne zeigen ein Absorptionslinienspektrum. Daraus können wir schlußfolgern, daß die Sterne aus einem heißen, dichten Gasinneren² mit einer kalten, dünnen Gashülle bestehen. Hiermit liegt schon das erste Sternmodell auf recht zwanglose Weise vor. Jedoch ist das Modell unvollständig, da in den Sternatmosphären mit Sicherheit weder der Druck noch die Temperatur sprunghaft von der äußeren Atmosphäre zum Inn-

ren ansteigen. Das kann nur eine genauere Theorie leisten.

Was ist Strahlung? Bevor nun der Transport von *elektromagnetischer Strahlung* (EMS) diskutiert wird, soll kurz auf die Natur der Strahlung eingegangen werden. „Klassisch“ wird EMS als Gemisch von Wellenzügen unterschiedlicher Wellenlängen λ dargestellt. Die Diskussion als Frequenz ν ist adequat, da der Zusammenhang $c = \lambda \cdot \nu$ mit c als Lichtgeschwindigkeit gilt. Modern betrachtet besteht die EMS aus Photonen, den Lichtteilchen mit Energie $E = h \cdot \nu$, h ist das PLANCKsche Wirkungsquantum. Die klassische EMS-Welle ergibt sich aus der quantenmechanischen Überlagerung einer Vielzahl von Photonen.

Die optische Sternspektroskopie findet in einem kleinen Abschnitt der EMS statt, dem visuellen Spektralbereich mit Erweiterung auf das nahe IR und UV. Deshalb soll sich die Diskussion nur auf diesen Spektralabschnitt beziehen.

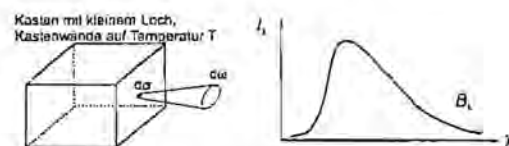


Abb. 3: Links: Schema eines Hohlraumstrahlers. Eine Box, deren Seitenwände auf konstanter Temperatur T gehalten wird, hat ein kleines Loch mit Querschnitt d_0 , aus dem Strahlung im Winkel dw austritt. Rechts: Spektrum der Hohlraumstrahlung B_λ .

Die (theoretisch) wichtige Strahlungsquelle ist der Hohlraum-, PLANCK- oder auch Schwarzer Strahler³. Ein schwarzer Strahler ist ein Ding, daß die gesamte auf ihn auftreffende Strahlung absorbiert und Strahlung gemäß seiner Temperatur aussendet. Ein Hohlraum, dessen innere Oberfläche homogen auf einer Temperatur gehalten ist und

¹In diesem Artikel kann sich nicht mit den Techniken der Spektrengewinnung auseinandergesetzt werden. Dazu sei auf die einschlägige Literatur verwiesen.

²Allerdings könnte flüssiges Metall, wie es z. B. im Hochhofen vorkommt, genauso gut für die Kontinuumsstrahlung verantwortlich sein.

³Für die nähere Diskussion sei auf die Literatur verwiesen.

der ein kleines Loch zur Aussenwelt hat, ist eine exzellente Approximation dieser theoretischen Vorstellung (siehe Abb. 3). Das Interessante ist nun, daß die EMS ein charakteristisches Spektrum (hier bezeichnet als B_λ) aufweist, das als einzigen Parameter die Temperatur T hat. Mit einem Stern hat dies im Moment allerdings noch wenig gemein.

Die Strahlungsdichte⁴ des Schwarzen Strahlers ist

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1} \quad (1)$$

bzw. als Frequenzabhängigkeit

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad (2)$$

Die in den Raumwinkel $d\omega$ durch die Fläche $d\sigma$ abgestrahlte Energie ist $E_\lambda = B_\lambda \cdot d\sigma \cdot d\omega \cdot d\lambda$.

Es sei noch auf zwei wichtige Eigenschaften hingewiesen. Das Maximum der Strahlung $\lambda_{\max}$ skaliert mit der Temperatur wie $\lambda_{\max} \cdot T = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ (WIENSche Verschiebung). Die Gesamtstrahlungsleistung durch Fläche A ist $P_{\text{tot}} = \int d\sigma \int d\lambda \int d\omega \cdot B_\lambda = \sigma \cdot A \cdot T^4$, mit $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$, das bekannte STEFAN-BOLTZMANN-Gesetz.

An dieser Stelle muß nochmals betont werden, daß der Hohlraum im thermodynamischen Gleichgewicht (TE, engl. thermal equilibrium) ist. D.h. alle Subsysteme, Strahlung und Strahler, werden durch eine Temperatur beschrieben. Es tritt kein Nettoenergietransfer zwischen den Subsystem auf. Dies wird in Sternatmosphären praktisch nie erfüllt! Dort hilft man sich - wie wir noch sehen werden - mit der Näherung, das zumindest lokal in begrenzten Volumina TE gilt. Dies nennt man dann LTE (engl. local thermal equilibrium).

Wie wird Strahlung transportiert? Strahlung kann transportiert werden. Dazu studieren wir die quasi-eindimensionale

Versuchsgeometrie aus Abb. 4. Strahlung ($E_\lambda(0), I_\lambda(0)$) tritt von links in das Kastengebiet ein. Auf dem Wegstück s erfolgen Absorptions- und Emissionsprozesse. Schließlich tritt die Strahlung modifiziert rechts wieder aus ($E_\lambda(s), I_\lambda(s)$).

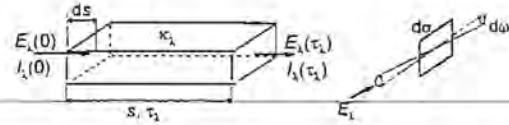


Abb. 4: Links: Quasi-Eindimensionale Geometrie. Rechts: Strahlung E_λ mit Öffnungswinkel $d\omega$ tritt durch die Fläche $d\sigma$.

Zunächst formulieren wir die Absorption mathematisch: die relative Veränderung der Energie dE_λ^A/E_λ^A ist proportional zur Absorptionsstärke, charakterisiert durch den Absorptionskoeffizient⁵ κ_λ , und dem Wegstück ds .

$$dE_\lambda^A = -\kappa_\lambda E_\lambda ds = -\kappa_\lambda I_\lambda d\omega d\lambda d\sigma ds \quad (3)$$

Natürlich kann auf dem Wegstück im Volumen $ds \cdot d\sigma$ auch emittiert werden. Diesem wird mit der Größe Emissivität ϵ_λ Rechnung getragen.

$$dE_\lambda^E = \epsilon_\lambda d\omega d\lambda d\sigma ds \quad (4)$$

Nun wird die bilanziert, was an Energie der Strahlung im Volumen entnommen und hinzugefügt wird:

$$dE_\lambda = dE_\lambda^A + dE_\lambda^E \quad \text{oder} \quad (5)$$

$$dI_\lambda = -\kappa_\lambda I_\lambda ds + \epsilon_\lambda ds. \quad (6)$$

Daraus folgt die Veränderung der Strahlungsdichte auf dem Wegstück ds

$$\frac{dI_\lambda}{ds} = -\kappa_\lambda I_\lambda + \epsilon_\lambda \quad (7)$$

$$\frac{dI_\lambda}{\kappa_\lambda ds} = -I_\lambda + \frac{\epsilon_\lambda}{\kappa_\lambda} \quad (8)$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} -I_\lambda + S_\lambda \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dI_\lambda}{d\tau_{\lambda s}}. \quad (9)$$

Hier sind nun neue - im weiteren Gebrauch wichtige - Größen definiert:

⁴Einheit von B_λ ist $[B_\lambda] = \text{J s m}^{-3}$.

⁵Einheit $[\kappa] = \text{m}^{-1}$

- a) Die „Quellfunktion“ (engl. source function) oder *Ergiebigkeit* $S_\lambda = \epsilon_\lambda / \kappa_\lambda$. Sie beschreibt die im betrachteten Volumen emittierte Strahlung.
- b) Die optische Tiefe $\tau_\lambda = \int \kappa_\lambda \cdot ds$. Achtung, τ hat die Einheit $[\tau] = 1$. Sie ist also keine räumliche Distanz. Weiter unten wird dieser - zunächst als Kunstgriff wirkende - Begriff klarer.

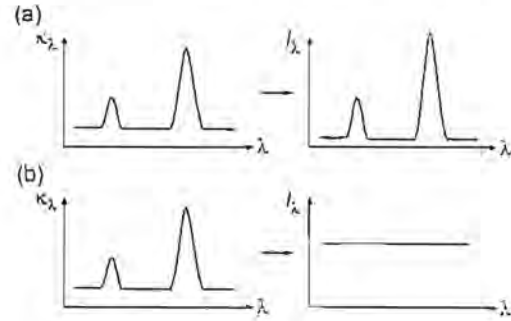


Abb. 5: (a) Optisch dünnes Medium. Der Verlauf des Absorptionskoeffizienten κ_λ wird in der Intensität I_λ abgebildet. (b) Optisch dickes Medium. Die Intensität ist unabhängig von κ_λ .

Betrachten wir nun den Fall, das im Testvolumen keine Änderung der Strahlungsenergie erfolgt, also $dI_\lambda/d\tau_{\lambda s} = 0$ ist. Dann erhalten wir aus Gl. (8) direkt $I_\lambda = S_\lambda$. Mit dem Wissen über den Schwarzen Strahler sehen wir im Fall von TE ebenfalls direkt $S_\lambda = I_\lambda \equiv B_\lambda$. Gilt dieser Zusammenhang nur lokal, so haben wir den Fall des LTE.

Nun werden wir Grenzfälle der Strahlungstransportgleichung (9) diskutieren. Dazu wird die Gleichung umgeformt (Details im Anhang) zu

$$I_\lambda = I_\lambda(0) e^{-\tau_\lambda} + S_\lambda(1 - e^{-\tau_\lambda}). \quad (10)$$

Betrachten wir nun ein *heißes Gas* in der von links unbeleuchteten Modellbox: $I_\lambda(0) = 0$. Die Intensität rechts der Box ist also gemäß Gl. (10)

$$I_\lambda = S_\lambda(1 - e^{-\tau_\lambda}). \quad (11)$$

Für das *optisch dünne* Medium gilt $\tau_\lambda \ll 1$ oder $s \ll \frac{1}{\kappa_\lambda}$. Damit läßt sich $e^{-\tau_\lambda}$ zu $e^{-\tau_\lambda} \cong (1 - \tau_\lambda)$ entwickeln und wir erhalten

$$I_\lambda = \tau_\lambda \cdot S_\lambda = \kappa_\lambda \cdot s \cdot S_\lambda. \quad (12)$$

Die Intensität ist proportional zum Absorptionskoeffizient! Ist die Absorption wellenlängenabhängig, so findet sich hohe Intensität bei Wellenlängen mit hoher Absorption. Das ist nichts anderes als ein *Emissionslinienspektrum*. Konkret bedeutet das am Beispiel eines atomaren Wasserstoffgases, das wir an den Positionen der Balmerlinien im Spektrum Emissionslinien finden. Schematisch ist das in Abb. 5(a) gezeigt. Das *optisch dicke* Medium ist $\tau_\lambda \gg 1$. Damit erhält

man sofort $e^{-\tau_\lambda} \rightarrow 0$ oder $I_\lambda = S_\lambda \stackrel{\text{LTE}}{=} B_\lambda$, siehe dazu Abb. 5(b). Das optisch dicke Gas ist im Falle von LTE ein *schwarzer Strahler*!

Wie modifizieren sich die Ergebnisse, wenn $I_\lambda(0) \neq 0$ ist? Für das optisch dünne Medium gilt nun

$$I_\lambda = I_\lambda(0) + \tau_\lambda (S_\lambda - I_\lambda(0)). \quad (13)$$

In Abhängigkeit der konkreten Verhältnisse sind Emissionslinienspektren ($S_\lambda > I_\lambda(0)$) oder Absorptionslinienspektren ($S_\lambda < I_\lambda(0)$) möglich. Dagegen findet man für das optisch dicke Medium immer $I_\lambda = S_\lambda$ unabhängig von $I_\lambda(0)$. Das ist leicht verständlich, da im Volumen die gesamte von links eingehende Strahlung absorbiert wird.

Nun findet man in Sternspektren meist Absorptionsspektren. D.h. also, die Intensität der tiefen Sternschichten $I_\lambda(\text{tief})$ muß größer als die Quellfunktion der höher liegenden Schichten $S_\lambda(\text{hoch})$ sein. Im Sinne von LTE bedeutet das: $B_\lambda(\text{tief}) > B_\lambda(\text{hoch})$ oder für die Temperatur $T(\text{tief}) > T(\text{hoch})$. Die Temperatur nimmt im Stern von innen nach außen ab.

Und in Sternen? Bisher haben wir nur quasi-eindimensional argumentiert. Wie modifiziert sich die Strahlungstransportgleichung in drei Dimensionen? Der wichtigste Unterschied zur Eindimensionalität besteht

darin, das verschiedene Richtungen, gegeben durch die Winkel (θ, Φ) , zu den Verhältnissen in einem bestimmten Volumenelement beitragen (siehe Abb. 6). Beschränken wir uns

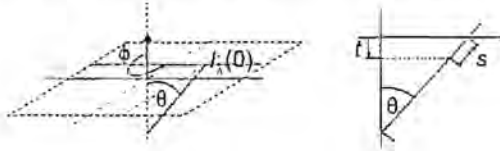


Abb. 6: Definition der geometrischen Größen im dreidimensionalen Fall.

hier auf den sog. planparallelen Fall, d.h. alle Größen sind nur von einer Raumrichtung abhängig. In die beiden Richtungen senkrecht dazu seien sie konstant. Diese Näherung gilt für den Großteil der Sterne, eine Ausnahme sind ausgedehnte Gashüllen. Zunächst werden Größen definiert:

$$d\tau_\lambda = \kappa_\lambda dt, \quad (14)$$

$$d\tau_{\lambda s} = \kappa_\lambda ds \text{ und} \quad (15)$$

$$\cos \theta = -\frac{d\tau_\lambda}{d\tau_{\lambda s}}. \quad (16)$$

Die verallgemeinerte Transportgleichung ist dann

$$\cos \theta \frac{dI_\lambda(\tau_\lambda, \theta)}{d\tau_\lambda} = I_\lambda(\tau_\lambda, \theta) - S_\lambda. \quad (17)$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$I_\lambda(0, \theta) = \int_0^\infty S_\lambda(\tau_\lambda) \exp\left(-\frac{\tau_\lambda}{\cos \theta}\right) d\left(\frac{\tau_\lambda}{\cos \theta}\right). \quad (18)$$

Was bedeutet das? Dazu diskutieren wir eine Versuchsfunktion für S_λ . Sei $S_\lambda(\tau_\lambda) = a_\lambda + b_\lambda \tau_\lambda$. Die Quellfunktion nimmt mit zunehmender optischer Tiefe linear zu, siehe dazu Abb. 7(a). Diese Näherung beschreibt übrigens die Realität in Sternatmosphären schon sehr gut. Nach Lösung von Gl. (17) folgt

$$I_\lambda(0, \theta) = S_\lambda(\tau_\lambda = \cos \theta) = a_\lambda + b_\lambda \cos \theta. \quad (19)$$

Das bedeutet, daß die Intensität an der Sternoberfläche beobachtet von einem entfernten

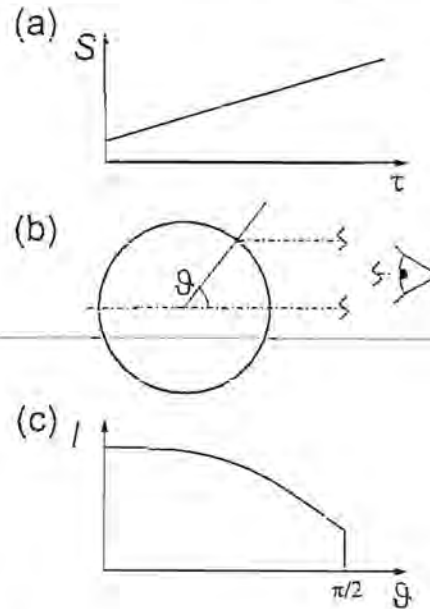


Abb. 7: Der lineare Ansatz für die Quellfunktion führt auf die Mitte-Rand-Variation in der Intensität.

Beobachter wie in Abb. 7(b) vom Winkel θ abhängt. Als Grenzwerte findet man

$$\begin{aligned} \theta = 0 & \rightarrow \cos \theta = 1 : I_\lambda(0, 0) = a + b \text{ und} \\ \theta = \frac{\pi}{2} & \rightarrow \cos \theta = 0 : I_\lambda(0, \frac{\pi}{2}) = a \\ & = S_\lambda(\tau = 0). \end{aligned}$$

Das ist aber nichts anderes als die Mitte-Rand-Variation. Damit bietet sich die Möglichkeit, S_λ direkt zu bestimmen – natürlich ist das nur für die Sonne möglich.

Wie verhält sich dies mit der Sternstrahlung? Hier haben wir es mit räumlich nicht aufgelösten Strahlern (Punktquellen) zu tun. Die Sternstrahlung ist der Mittelwert über die Hälfte der Sternoberfläche (nur der Teil der Kugel, die zum Beobachter zeigt, trägt zur Information bei). Die zu messende Größe ist der „Fluß“ F_λ :

$$\pi F_\lambda = \int \int I_\lambda \cos \theta d\omega. \quad (20)$$

Die Auswertung für $\tau_\lambda = 0$ ergibt mit der

linearen Testfunktion für S_A

$$\pi F_\lambda(0) = (a_\lambda + \frac{2}{3} b_\lambda) \pi \quad \text{oder} \quad (21)$$

$$F_{\lambda}(0) = S_{\lambda}(\tau_{\lambda} = \frac{2}{3}). \quad (22)$$

Das ist die EDDINGTON-BARBIER-Relation. Im Falle von LTE ergibt sich $F_\lambda(0) = B_\lambda(\tau_\lambda = \frac{2}{3})$. Dieses Resultat ist von hoher Relevanz, weil es uns den Zusammenhang Sternstrahlung und Schwarzer Strahler verdeutlicht.

Wenn weiterhin angenommen wird, daß κ unabhängig von der Wellenlänge ist (das ist die Näherung der „grauen Atmosphäre“), dann ist auch τ unabhängig von λ . Somit kann Gl. (22) in LTE-Näherung zu $F_\lambda(0) = B_\lambda(T(\tau = \frac{2}{3}))$ umgeschrieben werden. Daraus folgt direkt die sog. *Effektivtemperatur* T_{eff} (mit dem STEFAN-BOLTZMANN-Gesetz $\pi F(0) = \sigma T_{\text{eff}}^4$: $T_{\text{eff}} = T(\tau = \frac{2}{3})$). Achtung: Die Effektivtemperatur ist *nicht* die Oberflächentemperatur des Sterns! Weiterführende Rechnungen ergeben für die Oberflächentemperatur $T(0)$: $T^4(0) = \frac{1}{2} T_{\text{eff}}^4$.

Sprünge im Kontinuum Der Absorptionskoeffizient ist wellenlängenabhängig. Zunächst konzentrieren wir uns weiterhin auf den Kontinuumsverlauf. Wie schon angedeutet, gibt es Intensitätssprünge. Bevor deren Ursprung diskutiert wird, soll kurz die mikroskopische Betrachtung von Atomen wiederholt werden. Bisher haben wir immer stillschweigend angenommen, das die EMS durch Materie absorbiert bzw. emittiert werden kann, ohne genaueres über die zugrundeliegenden Prozesse auszusagen. Abb. 8 zeigt schematisch ein Atom mit diskreten und kontinuierlichen Energieniveaus. Die Übergänge der Elektronen aufwärts geschieht durch Absorption von Photonen, deren Energie gleich der Differenz der Niveauenergien ist. Abwärts ist es Emission. Liegen Ausgangs- und Endzustand auf diskreten Niveaus, so nennt man den Übergang gebunden-gebunden (g-g). Ist ein Zustand im kontinuierlichen Energiebereich, gibt es

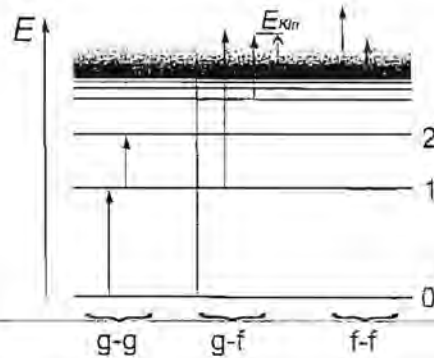


Abb. 8: Schema der Energiestruktur eines Atoms. Neben diskreten Energieniveaus (horizontale Linien) gibt es auch kontinuierliche Energieniveaus (schattierter Bereich). Zwischen diesen Niveaus können Elektronen unter Aufnahme (Absorption) oder Abgabe (Emission) von Photonen wechseln. Nomenklatur g-g: gebunden-gebunden Übergänge, g-f: gebunden-frei, f-f: frei-frei.

einen gebunden-frei-Übergang (g-f). Hier muß eine Mindestenergie (= Differenz diskretes Niveau bis zur Unterkante des Niveau Kontinuums) durch die Photonen überwunden werden. Photonen mit höheren Energien können ebenfalls absorbiert. Die überschüssige Energie steht dann dem Elektron als Bewegungsenergie E_{kin} zur Verfügung. Bei freifrei-Übergängen (f-f) ändert sich nur die Bewegungsenergie des Elektrons. Hier ist keine Schwellenergie zu überwinden. Zusammengefaßt sind die g-g für die Absorptionslinien „zuständig“ (dazu weiter unten), g-f für die Sprünge im Kontinuum und f-f für einen kontinuierlichen Untergrund⁶ verantwortlich.

Ohne weitere quantitative Betrachtung, die den Rahmen des Artikels sofort sprengen würde, sei an dieser Stelle der Verlauf des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten anhand von Abb. 9 dargestellt. Erstaunlicherweise ist dieser temperaturabhängig.

⁸ f-f-Übergänge mit $\Delta E = 0$ (elastische Streuung) wird in der Regel als gesonderter Term in der Strahlungstransportgleichung erfaßt. Hier sei auf die Literatur verwiesen, für unsere Argumentation ist dies von untergeordneter Bedeutung.

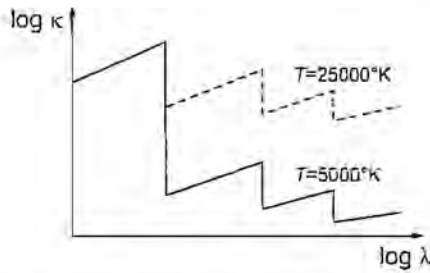
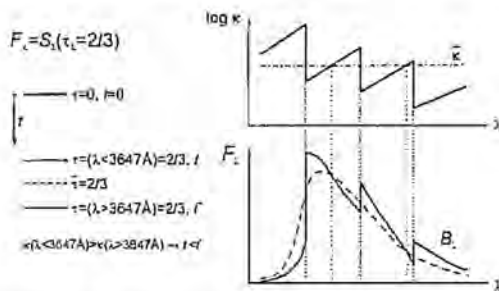
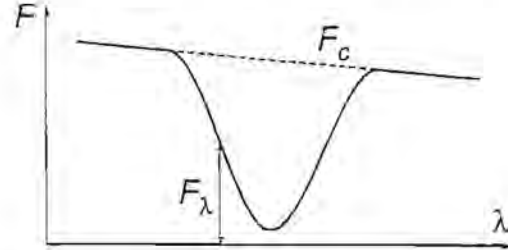


Abb. 9: Schematischer Verlauf des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten.

Das liegt daran, daß κ proportional zur Anzahl der Absorber N ist. Diese selbst ist proportional zu $N_0 \exp(-\frac{\Delta T}{k_B T})$ (Achtung: N_0 ist in komplexer Weise ebenfalls von T abhängig, Stichwort BOLTZMANN-SAHA). Die f-f-Übergänge tragen auch zu κ bei, besonders effektiv das H^- -Ion aufgrund seiner geringen Bindungsenergie von 0,9 eV.

Betrachten wir nun die *nichtgraue* Atmosphäre: κ ist nunmehr wellenlängenabhängig. Nach wie vor gilt $F_\lambda = S_\lambda(\tau_\lambda = \frac{2}{3})$. Da die Strahlung bei λ immer aus der optischen Tiefe $\tau = \frac{2}{3}$ stammt, ändert sich bei variierendem Absorptionskoeffizient κ_λ die geometrische Tiefe $t = \frac{\tau_\lambda}{\kappa_\lambda} = \frac{2/3}{\kappa_\lambda}$, aus der wir die Strahlung empfangen. Beispielhaft sei das in Abb. 10 anhand der Balmer-Seriengrenze bei $\lambda_B = 3647 \text{ \AA}$ dargestellt. Dabei ist $\bar{\kappa}$ der geschickt zu wählende Mittelwert von κ_λ , diesem entspricht das Spektrum des schwarzen Strahlers $B_\lambda(T_{\text{eff}})$. Damit ergibt sich der Fluß wie in Abb. 10 dargestellt.

Abb. 10: Schema des kontinuierlichen Spektrums. Der Verlauf des Absorptionskoeffizienten κ_λ bildet sich im Fluß F_λ ab.Abb. 11: Schema einer Absorptionslinie. F_C ist der Kontinuumsfluß, F_λ ist der wahre Fluß mit Linie.

Die „schwarzen“ Linien Nachdem der Kontinuumsverlauf - nun als F_C bezeichnet - beschrieben ist, wenden wir uns der Absorptionslinienbildung zu. Diese basiert auf g-g-Übergängen. Die Linie wird durch den wellenlängenabhängigen Linienabsorptionskoeffizienten κ_L beschrieben. Allgemein gilt für die Schwerpunkte starker Linien $\kappa_L \gg \kappa_C$ mit κ_C dem kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten. Damit können wir nun verstehen, wo die Linien in der Sternatmosphäre entstehen. Es gilt für die geometrische Tiefe $t_L \sim \kappa_L^{-1} \ll t_C \sim \kappa_C^{-1}$ (Abb. 12). Die Strahlung der Linie stammt aus höheren Schichten der Sternatmosphäre als das Kontinuum! Dies zieht eine weitere Konsequenz nach sich: da die Temperatur nach außen hin abnimmt, gilt $T_L < T_C$. Damit folgt direkt $F_\lambda = B_\lambda(T_L) < F_C = B_\lambda(T_C)$. Nur wegen der Temperaturschichtung in der Atmosphäre erscheinen die Linien „dunkel“! Kommentar: die häufige Darstellung, Absorptionslinien entstehen in Sternen einfach dadurch, das kalte Gas vor einem heißen Sterninneren existiert, ist de facto zu einfach (aber dennoch nicht völlig falsch).

Wie sieht eine Linie aus, d.h. welchen wellenlängenabhängigen Intensitätsverlauf bzw. welches Profil zeigt sie? Dazu seien die einzelnen Effekte kurz beschrieben (ohne Details)

- Die *natürliche Linienbreite* resultiert aus der mittleren Lebensdauer eines angeregten Elektrons ($\Delta t \approx 10^{-8} \text{ s}$). Sie ist praktisch unbedeutend.
- Die *Dämpfung* ist gegeben durch eine

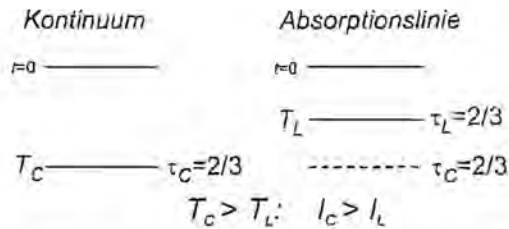


Abb. 12: Absorptionslinien entstehen in höheren Atmosphärenschichten als das Kontinuum. Sie sind deshalb dunkler als das Kontinuum, weil die Temperatur nach außen abnimmt.

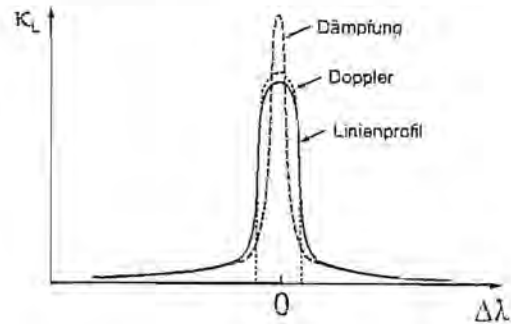


Abb. 13: Die Superposition der Dämpfungs- und DOPPLER-Verbreiterung führt auf das VOIGT-Profil.

reduzierte Lebensdauer der angeregten Elektronen durch Stöße im realen Gas mit den Atomen, freien Elektronen, Ionen usw. Sie ist praktisch von Bedeutung.

- c) Der DOPPLER-Effekt der sich (chaotisch im Gas) bewegenden Emitter führt zur Verschiebung der Wellenlänge der emittierten Strahlung. Da sich effektiv Emitter zum und vom Beobachter weg bewegen, ist dies ein effektiver Beitrag zur Linienverbreiterung. Die Kombination aus Doppler- und Dämpfungsverbreiterung ergibt das VOIGT-Profil (Abb. 13).
- d) Die Rotation der Sterne führt auch zu einer Linienverbreiterung: eine Seite des Sterns bewegt sich vom Beobachter weg, die andere kommt auf ihn zu. Ausnahme: Polblick auf einen Stern oder orts aufgelöste Spektroskopie der Sonne.
- e) Die Makroturbulenz trägt dem Umstand Rechnung, das sich in einer Granule die Gasmassen mit „konstanter“ Offset-Geschwindigkeit auf der Sichtlinie des Beobachters bewegen. Die Mikroturbulenz beschreibt den Einfluß der unterschiedlichen Geschwindigkeiten auf die Absorptionfähigkeit entlang der Sichtlinie.
- f) Magnetische und Elektrische Felder verändern die Niveaustruktur (ZEEMAN- und STARK-Effekt) der Absorber und führen meist zur Linienverbreiterung.

Um die Darstellung über Absorptionslinien abzuschließen, soll noch die Äquivalentbreite eingeführt. Sie ist definiert als

$$W_\lambda = \int \frac{F_C - F_\lambda}{F_C} d\lambda = \int \left(1 - \frac{F_\lambda}{F_C} \right) d\lambda. \quad (23)$$

und entspricht der rechteckigen Äquivalentfläche der Absorptionslinie unter der Annahme, das sie auf Null-Intensität abfällt. Die Einheit von $[W_\lambda] = \text{m}$.

Wie verhält sich W_λ in Abhängigkeit von der Absorption? Dazu betrachten wir Abb. 14. Mit zunehmendem Linienabsorptionskoeffizienten κ_L wird die Linie immer intensiver sichtbar („schwache Linien“: $\frac{\kappa_L}{\kappa_C} \ll 1$). Ist die Absorption groß ($\frac{\kappa_L}{\kappa_C} \rightarrow \infty$), so hat sich die Linie im Zentrum auf ein (in LTE-Näherung) konstantes Niveau $S_\lambda(\tau_\lambda=0)$ abgesenkt. Falls diese Näherung nicht gilt, kann die Linie auf $F=0$ abfallen.

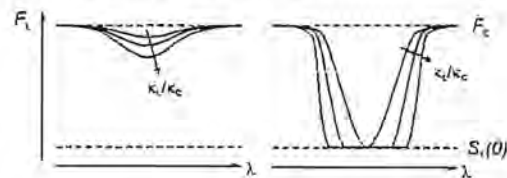


Abb. 14: Optisch dünne und dicke Linien in Abhängigkeit von Verhältnis $\frac{\kappa_L}{\kappa_C}$.

Die Äquivalentbreite ist für optisch dünne Linien proportional der Anzahl der Absorber $W_\lambda \sim N$. Als optisch dünne Linien gilt

$W_\lambda < 15 \text{ mÅ}$. Für dicke Linien ist das wesentlich komplexer. Verständlich ist jedoch schon mit unseren Mitteln, daß W_λ eine Funktion der Dämpfung γ , natürlich der Absorberanzahl N , der DOPPLER-Verbreiterung $\Delta\lambda_D$, usw. ist. Nun trägt man die normierte Äquivalentbreite W_λ gegen die normierte Absorberzahl $X \sim N$ doppellogarithmisch auf und erhält die *Wachstumskurve*, schematisch in Abb. 15 gezeigt. Eine detailliertere Diskussion soll aber im Rahmen dieses Artikels nicht erfolgen.

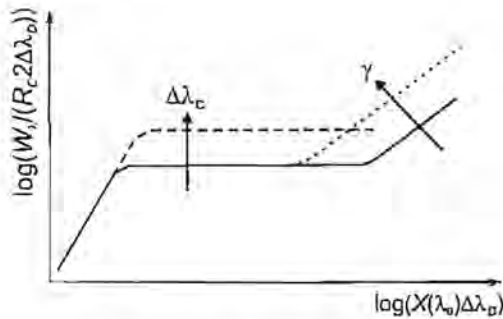


Abb. 15: Schema der Wachstumskurve.

Zusammenfassung Im vorliegenden Artikel wurde versucht, einen kurzen Abriß der Physik der Sternatmosphären zu entwickeln. Dabei wurde der Strahlungstransport und die Konsequenzen für die Sterne diskutiert. Es wurde herausgearbeitet, wo und wie die Kontinuumsstrahlung und die Absorptionslinien entstehen. An vielen Stellen konnte jedoch nicht auf Details eingegangen werden. Dies sei weiterführenden Artikeln oder der Literatur vorbehalten.

Literatur Für die Vorbereitung dieses Artikels hat der Autor folgende Literatur benutzt:

- [1] E. Böhm-Vitense, Introduction to Stellar Astrophysics, vol. 1-3, Cambridge University Press, 1989
- [2] H. H. Voigt, Abriss der Astronomie, BI Wissenschaftsverlag, 1991

- [3] A. Unsöld, Physik der Sternatmosphären, Springer Verlag, 1968
- [4] J. B. Kaler, Sterne und ihre Spektren, Spektrum Akademischer Verlag, 1994

Appendix: Umformung der Transportgleichung Die Gleichung

$$\frac{dI_\lambda}{d\tau_{\lambda s}} = -I_\lambda + S_\lambda \quad (24)$$

wird mit e^{τ_λ} erweitert:

$$\frac{dI_\lambda}{d\tau_{\lambda s}} e^{\tau_\lambda} + I_\lambda e^{\tau_\lambda} = S_\lambda e^{\tau_\lambda} \quad (25)$$

Dabei ist

$$\frac{d}{d\tau_\lambda} (I_\lambda e^{\tau_\lambda}) = \frac{dI_\lambda}{d\tau_{\lambda s}} e^{\tau_\lambda} + I_\lambda e^{\tau_\lambda} \quad (26)$$

Nun wird von 0 bis τ_λ integriert:

$$I_\lambda = I_\lambda(0)e^{\tau_\lambda} + S_\lambda(1 - e^{-\tau_\lambda}) \quad (27)$$

Die Spektren der hellsten Wolf-Rayet-Sterne im Sternbild Cygnus

(von Bernd Hanisch, Lebus)

Wolf-Rayet-Sterne (WR-Sterne), benannt nach den beiden französischen Astronomen C.J. Wolf (1827-1918) und G.A. Rayet (1839-1906), sind sehr leuchtkräftige und heiße Sterne mit extrem starken Sternwinden [1]. Dennoch fallen sie am Himmel nicht besonders auf und sind mit Ausnahme des in mitteleuropäischen Breiten nicht beobachtbaren Sterns γ Velorum (1,^m74) nicht ohne Fernrohr am nächtlichen Sternhimmel auszumachen. Will man Näheres über diese Sterne erfahren, muss das von ihnen ausgesendete Spektrum beobachtet und interpretiert werden. Darüber, welche WR-Sterne mit welchem Instrumentarium spektroskopiert wurden, welche Informationen aus diesen Spektren gewonnen werden können und was das Besondere an dieser Gruppe von Sternen ist, soll nachfolgend berichtet werden.

1. Beobachtungsprogramm und Beobachtungsmethode

Sowohl eigene Studien über die Theorie der Sternentwicklung als auch ein Vortrag auf der Jahrestagung 2004 der VdS-Fachgruppe Spektroskopie in Heppenheim zur Thematik von Sternwindphänomenen lenkten das Interesse des Autors auf die Gruppe der WR-Sterne. Mit dem Hinweis auf mehrere relativ helle WR-Sterne im Sternbild Cygnus entstand der Plan für ein kleines spektroskopisches Beobachtungsprogramm für den Sommer/Herbst 2004. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die wichtigsten Parameter der Programmsterne. Abbildung 1 zeigt den Himmelsabschnitt, in dem diese Sterne zu finden sind.

*Tabelle 1: HD-Katalognummer, WR-Bezeichnung, Koordinaten, visuelle Helligkeit, Spektralklasse und Komponentenzahl der ausgewählten Programmsterne [2]
pd: periodic hot dust formation*

HD	WR	RA (2000) h min s	Dec. (2000) ° '	m _{vis}	Spektrum	Anzahl der Komponenten
190 918	133	20 05 57	+ 35 47 18	6,70	WN 5 + O9 I	2
191 765	134	20 10 14	+ 36 10 35	8,23	WN 6	1
192 103	135	20 11 54	+ 36 11 51	8,36	WC 8	(?)
192 163	136	20 12 07	+ 38 21 18	7,65	WN 6	1
192 641	137	20 14 32	+ 36 39 40	8,15	WC 7pd + O9	2
193 077	138	20 17 00	+ 37 25 24	8,10	WN 5 + B (?)	2 (?)
193 576	139	20 19 32	+ 38 43 54	8,10	WN 5 + O 6 III	2
193 793	140	20 20 28	+ 43 51 16	7,07	WC 7pd+O 4-5	2

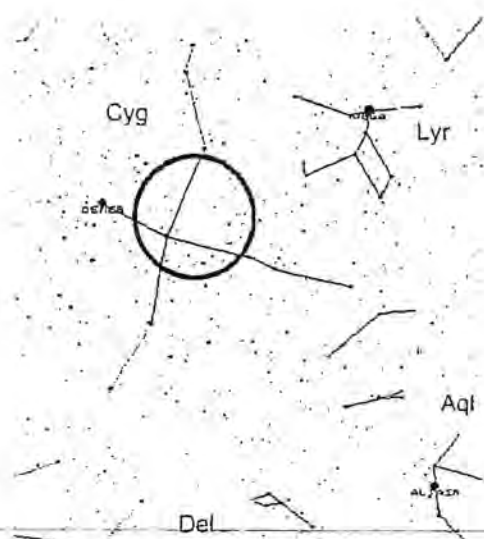


Abb. 1:
Himmelsabschnitt im Sternbild Cygnus, in dem sich die Programmsterne befinden

Die Aufnahme der Sternspektren erfolgte mit einem Objektivprismenspektrografen. Einem Zeiss-Meniscas 180/1800 als Aufnahmeoptik war ein 5°-Objektivprisma SF 2 von 205 mm Durchmesser (Rundprisma) vorgeschaltet. Dabei ergab sich in der Fokalebene eine Spektrenlänge von etwa 9 mm für den Wellenlängenbereich zwischen 6900 Å und 3650 Å. Durch Pendeln quer zur Dispersionsrichtung wurden die Spektren auf 0,15 - 0,30 mm verbreitert. Die entsprechenden Werte für die reziproken Lineardispersionen ergaben sich in Abhängigkeit vom Spektralbereich etwa zu 500 Å/mm bei 5712 Å, 270 Å/mm bei 4600 Å und 170 Å/mm bei 3881 Å. Zur Detektion kam eine Kleinbildkamera mit der Ha-empfindlichen sw-Fototemulsion ILFORD DELTA 400 PROFESSIONAL® zur Anwendung. Angaben zu den Aufnahmezeitpunkten sowie zu den Belichtungszeiten der in den Abbildungen 3 und 4 dargestellten Spektren sind Tabelle 2 zu entnehmen.

Tabelle 2: Aufnahme- und Belichtungszeiten der spektroskopierten WR-Sterne
*: WR 134 und WR 135 in einem Fall auf einer Aufnahme

WR-Stern	Aufnahmedatum	Aufnahmezeit [MESZ]	Gesamtbelichtungszeit [min]
WR 133	09.09.2004	23.06-23.22	16
WR 134	05.09.2004	00.04-00.16*	12
WR 135	08.08.2004	23.30-23.48	18
(oben)	05.09.2004	00.04-00.16*	12
WR 135 (unten)			
WR 136	07.08.2004	00.25-00.42	17
WR 137	09.09.2004	23.31-23.47	16
(oben)	09.09.2004	22.26-22.35	9
WR 137 (unten)			
WR 138	04.09.2004	22.29-22.37	8
(oben)	04.09.2004	22.02-22.24	22
WR 138 (unten)			
WR 139	04.09.2004	23.42-23.52	10
WR 140	05.09.2004	22.29-22.39	10

2. Beobachtungsergebnisse

Um eine grobe Zuordnung der Wellenlängen unbekannter Linien der WR-Sterne zu erreichen, wurde mit dem unter Punkt 1 beschriebenen Spektrografen zunächst ein Spektrum von p Cygni, einem ebenfalls sehr heißen und leuchtkräftigen Stern mit Emissionslinien, aufgenommen (siehe Abb. 2).

Anhand der bekannten Wasserstoff- und Heliumemissionen von p Cygni wurde eine Dispersionskurve entwickelt, mit Hilfe derer die Wellenlängen der unbekannten Linien der WR-Sterne in erster Näherung durch Abstandsmessung von der H α -Linie bestimmt werden konnten. Die Verifizierung der so bestimmten Wellenlängen sowie die Zuordnung der Linien zu den entsprechenden chemischen Elementen und deren Ionisierungsstufen erfolgte mit Hilfe von Vergleichsspektren aus [3].

2.1 Spektrale Merkmale der WR-Sterne

Die aufgenommenen Spektren der WR-Sterne sind in Abb. 3 und 4 dargestellt. Zunächst zeigen die Spektren der WR-Sterne breite Emissionslinien von Helium und mehrfach ionisiertem Stickstoff (Untergruppe der WR-**N**-Sterne, siehe Abb.3) sowie des mehrfach ionisierten Kohlenstoffs (Untergruppe der WR-**C**-Sterne, siehe Abb.4). Bei den WR-Sternen sind auch im sichtbaren Spektralbereich blauverschobene Absorptionslinien (p-Cygni-Profile) zu beobachten [4], jedoch sind letztere bei der verwendeten geringen Dispersion in den Abb. 3 und 4 nicht sichtbar. Das ebenfalls sichtbare Kontinuum ist vergleichsweise schwach ausgeprägt. Eine Eingruppierung in eine der beiden Untergruppen der WR-Sterne kann ohne Schwierigkeiten durch den Intensitätsvergleich der Linien C III/IV bei 4650 Å und der He II-Linie bei 4686 Å sowie der N III-Linie bei 4640 Å vorgenommen werden: bei WR-C-Sternen dominiert die C III/IV-Emission deutlich gegenüber der He II-Emission. Bei den WR-N-Sternen wird an Stelle der CIII/IV-Emission auf der kurzwelligen Seite die N III-Emission sichtbar.

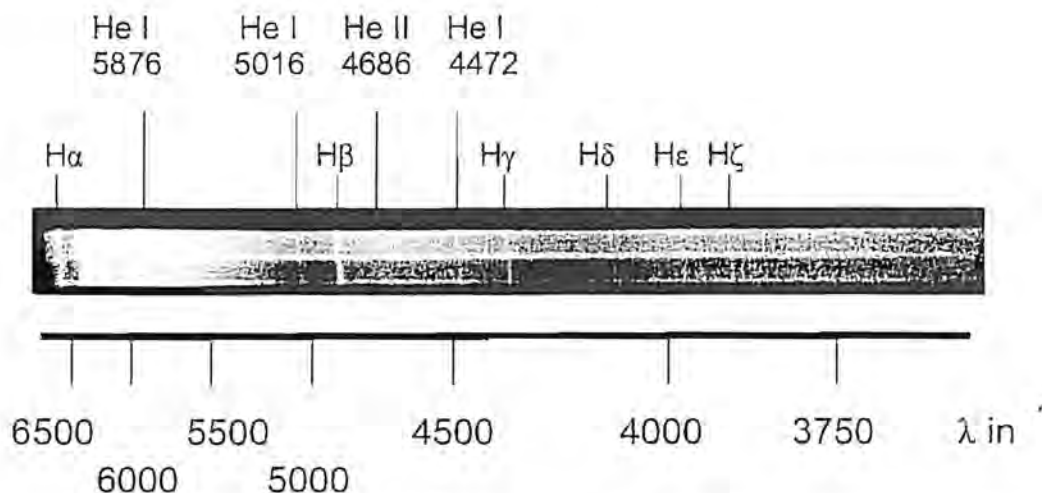


Abb. 2: Spektrum von p Cygni zur Erstellung der Dispersionskurve

Bei den WR-C-Sternen fallen im Vergleich zu den WR-N-Sternen ferner die breiten Kohlenstoffemissionen bei 5698 Å bzw. 5808 Å auf, während die für die WR-N-Sterne zumindest teilweise charakteristischen Emissionen von N III (4100 Å) und N IV (4057 Å) fehlen. Weitere auffällige Merkmale beider Untergruppen der WR-Sterne sind die extreme Breite der Emissionen und das offensichtliche Fehlen von Wasserstofflinien. Schließlich fällt ebenfalls bei beiden Untergruppen auf, dass die Emissionen bei WR-Sternen ohne Begleiter (WR 134, WR 136, WR 135 ?) deutlicher hervortreten als bei den Mischspektren von WR-Stern und Begleiter (alle anderen Programmsterne).

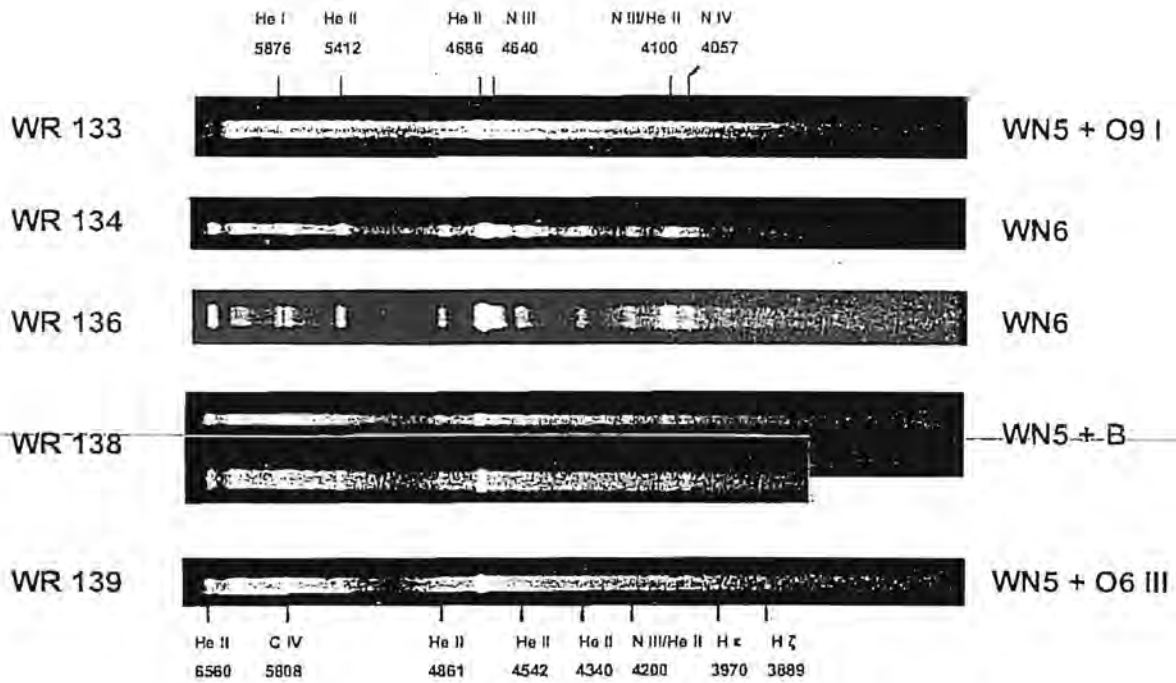


Abb. 3: Spektren der WR-N-Sterne

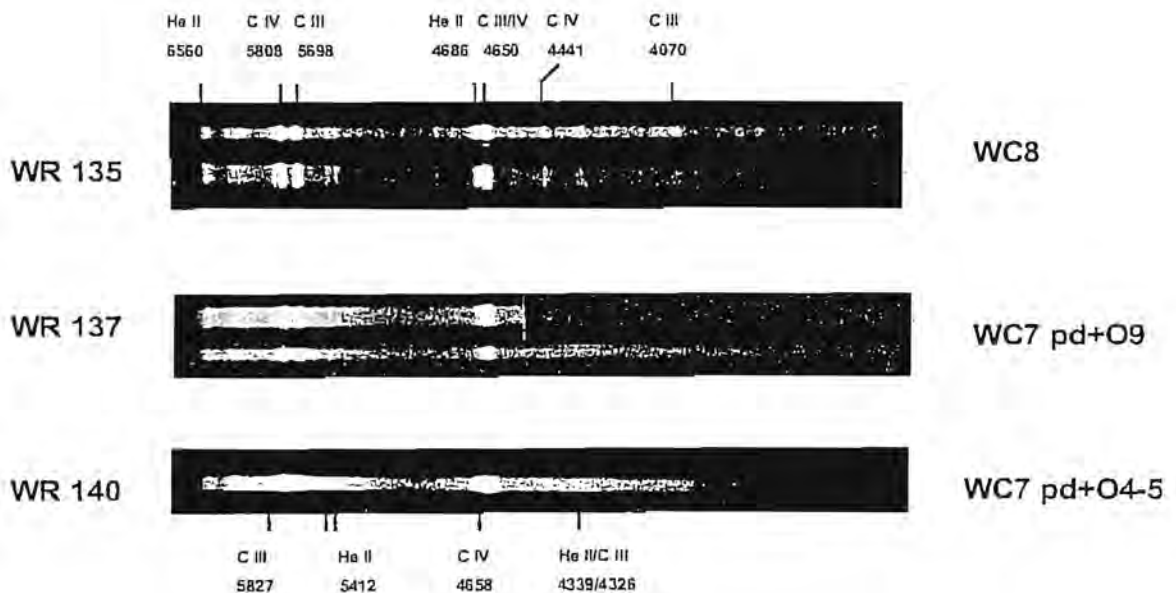


Abb. 4: Spektren der WR-C-Sterne

2.2 Interpretation der spektralen Merkmale von WR-Sternen

Die in den Spektren der WR-Sterne sichtbaren breiten Emissionen zeugen vom Vorhandensein ausgedehnter Gashüllen, die mit sehr hoher Geschwindigkeit (bis zu 2500 km/s [1]) expandieren. Eine solche Expansionsgeschwindigkeit bedingt z.B. bei einer Wellenlänge von 4500 Å durch Dopplerverbreiterung eine Linienbreite von ca. 37 Å. Auch wenn wegen der geringen Dispersion der aufgenommenen Spektren eine genaue Bestimmung des radialen Geschwindigkeitsanteils des Sternwindes nicht möglich ist, so kann doch z.B. anhand der Breite der He II-Emission (4686 Å) bei WR 136 eine solche Größenordnung für die Radialgeschwindigkeit (bei WR 136: 1750 km/s [2]) sehr grob abgeschätzt werden.

Eine Abschätzung der Radialgeschwindigkeiten ist prinzipiell auch mit Hilfe der bei diesen Aufnahmen nicht sichtbaren p-Cygni-Profile möglich. Hierzu ist allerdings eine exakte Wellenlängenkalibrierung und vor allem eine deutlich höhere Dispersion erforderlich.

Ursache dieses sehr starken Sternwindes ist der enorme Strahlungsdruck aus dem Inneren des Sterns. Als unmittelbare Folge eines solchen Materiestroms kommt es zu einem immensen Masseverlust, der bei den WR-Sternen auf ca. 10^{-4} bis 10^{-5} Sonnenmassen pro Jahr geschätzt wird [1]. Dabei werden zunächst die äußeren, kühleren und an unverbranntem Wasserstoff reicheren Atmosphärenschichten abgeblasen. Linien des Wasserstoffs fehlen folglich nahezu vollständig.

Das vorherige Abwerfen der äußeren Atmosphärenschichten durch Sternwind ermöglicht die Beobachtung von höheren Elementen wie Helium, Stickstoff und Kohlenstoff im Wind. Diese veränderte chemische Zusammensetzung wird durch die Reaktionsprodukte des Wasserstoff- bzw. Heliumbrennens hervorgerufen.

Der beim Wasserstoffbrennen bei massereichen Sternen vorzugsweise ablaufende CNO-Prozess (ein über die Elemente Kohlenstoff, Stickstoff und Sauerstoff katalytisch ablaufender Verbrennungsprozess von Wasserstoff zu Helium) ist dabei offensichtlich für die bei den WN-Sternen sichtbaren Stickstoffemissionen ursächlich.

Bei den WC-Sternen hingegen blickt der spektroskopisch arbeitende Beobachter auf tiefer liegende Schichten und beobachtet das Endprodukt des Heliumbrennens (Kohlenstoff) in Gestalt der starken C-Emissionslinien [1].

Diskutiert wird, dass die bereits erwähnten Untergruppen der WR-Sterne (WR-N und WR-C) dadurch zustande kommen, dass man Brennprodukte aus verschiedenen inneren Schichten des ursprünglichen massiven Sterns sieht.

Aktuelle Evolutionsmodelle gehen davon aus, dass WN- und WC-Sterne nur verschiedene Entwicklungsstadien desselben Phänomens (fortschreitender Masseverlust) darstellen und aus O-Überriesen hervorgehen. Dabei ist der Massenverlust durch verschiedene Einflussfaktoren beeinflusst. Dazu gehören Windstrukturen (Klumpen, Corotating Interaction Regions - CIR), Wechselwirkungen in Mehrfachsystemen sowie evtl. Magnetfelder.

Diskutiert wird, dass die bereits erwähnten Untergruppen der WR-Sterne (WR-N und WR-C) dadurch zustande kommen, dass man Brennprodukte aus verschiedenen inneren Schichten des ursprünglichen massiven Sterns sieht. Aktuelle Evolutionsmodelle gehen davon aus, dass WN- und WC-Sterne nur verschiedene Entwicklungsstadien desselben Phänomens (fortschreitender Masseverlust) darstellen und aus O-Überriesen hervorgehen. Dabei ist der

Massenverlust durch verschiedene Einflussfaktoren beeinflusst. Dazu gehören Windstrukturen (Klumpen, Corotating Interaction Regions – CIR), Wechselwirkungen in Mehrfachsystemen sowie evtl. Magnetfelder.

Dass vorhandene Begleiter – in der Regel heiße O- oder B-Sterne – einen Einfluss auf das Erscheinungsbild der Spektren der WR-Sterne haben, wird, wie bereits erwähnt, an einer Nivellierung schwächerer Emissionen durch ein stärkeres Kontinuum deutlich.

Die Spektrallinien hoher Ionisierungsstufen (z.B. He II, C IV oder N IV) der WR-Sterne werden durch die sehr hohen Windtemperaturen (30000 – 60000 K [1]) ermöglicht. Bei niedrigeren Temperaturen würden die notwendigen Ionisierungsenergien (He II: 54,1 eV, C IV: 64,5 eV, N IV: 77,4 eV [3]) nicht erreicht werden. Im Vergleich dazu ist die für die Ionisierung eines Wasserstoffatoms erforderliche Energie von 13,59 eV relativ gering.

Aus der Sicht der Sternentwicklung können WR-Sterne in zwei Kategorien eingeteilt werden:

Einerseits in relativ junge, massereiche Sterne (20-50 Sonnenmassen), zu der alle in diesem Bericht beschriebenen Programmsterne gehören. Möglicherweise sind solche Sterne wie p-Cygni, die ebenfalls große Masseverlusten und starke Emissionslinien (allerdings neben Helium auch noch von Wasserstoff!) aufweisen, Vorläufer der Wolf-Rayet-Sterne [4]. Andererseits können auch die sehr heißen Zentralsterne planetarischer Nebel, die in der Regel deutlich geringere Massen besitzen und in die Endphase der Sternentwicklung einzuordnen sind, ein typisches WR-Spektrum zeigen.

3. Ausblick

Dieses kleine Beobachtungsprogramm zeigt, dass es auch bereits mit sehr einfachen Mitteln möglich ist, auch bei weniger hellen, aber doch sehr exotischen Sternen interessante Beobachtungen zu machen. Weiterführende Beobachtungen an WR-Sternen müssten mit deutlich höherer Dispersion zur genaueren Bestimmung der Radialgeschwindigkeiten, mit einer kalibrierten Intensitätsachse zur Messung von Linienintensitäten und mit einer kontinuierlichen Beobachtungsfolge zur Feststellung zeitlicher Veränderungen (z.B. periodischer oder nicht periodischer Staubbildungsprozesse) durchgeführt werden.

Herrn Dr. Thomas Eversberg sei an dieser Stelle für die konstruktiven und kritischen Hinweise bei der Durchsicht des Berichtsmanuskriptes gedankt.

Literatur:

- [1] Zimmermann H. Weigert A.; ABC-Lexikon der Astronomie, 8. überarbeitete Auflage, Heidelberg-Berlin-Oxford : Spektrum Akademischer Verlag, 1995, S. 525-526
- [2] van der Hucht K. A.; The Seventh Catalogue of Galactic Wolf-Rayet Stars, 2001, <http://cdsweb.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR?-source=III/215>
- [3] Wurm, K: Die Planetarischen Nebel, Akademie Verlag Berlin, 1951, 131 Seiten
- [4] Kaler, J.B.; Sterne und ihre Spektren: astronomische Signale aus dem Licht, Heidelberg-Berlin-Oxford : Spektrum Akademischer Verlag, 1994, S. 259-265

Aufnahme und Analyse von Sternspektren (IV)

Pädagogische Arbeit zur philologischen Staatsprüfung 12.7.1999
(von Michael Winkhaus, Wuppertal)

1.1 Was können wir von den Sternspektren lernen ?

1. Den grundsätzlichen Aufbau eines Sterns

Wir beobachten bei allen Sternen **ein kontinuierliches Spektrum mit überlagerten Absorptionslinien**.

Jeder Stern muß also in seinem Innern aus einem heißen, dichten Gas bestehen, in dem ein sehr hoher Druck herrscht. Dementsprechend wird dort ein kontinuierliches Spektrum erzeugt (Verschmierung der atomaren Übergänge durch hohen Druck bei großer Dichte, Frei-Gebunden und Frei-Frei-Übergänge bei sehr hoher Temperatur). Um die beobachteten Absorptionslinien erklären zu können, müssen Druck, Dichte und Temperatur in einer äußeren Schicht stark abnehmen. Dieses kühlere Gas in der Sternatmosphäre prägt nun dem Kontinuum sein Absorptionsspektrum auf. Die Atome „schlucken“ dort mit großer Bereitwilligkeit die zu ihrem Linienmuster passenden Wellenlängen des Lichts, das aus dem Sterninneren nach draußen strahlt; wir beobachten dann die charakteristischen Absorptionslinien. Zwar senden die Atome der Atmosphäre die aufgenommene Energie infolge der Rücksprünge der Elektronen wieder aus, dies erfolgt jedoch nicht in eine bevorzugte Richtung. Somit wird das dieser Wellenlängen erheblich geschwächt, wodurch bei den zugehörigen Bereichen im Spektrum dunklere Bereiche (eben die Absorptionslinien) auftreten.

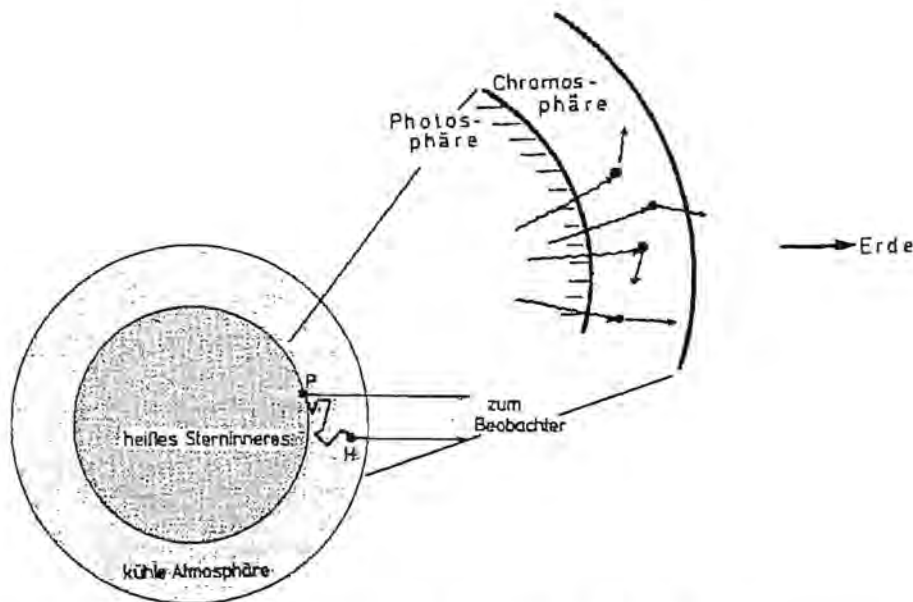


Abbildung 11: Sternaufbau und Prozesse in der Sternatmosphäre

2. Das Vorhandensein bestimmter chemischer Elemente:

Ein Linienmuster im Spektrum ist für den Astronomen das, was der Fingerabdruck für den Kriminalisten bedeutet:

die Identifikation des strahlenden bzw. absorbierenden Elements

Dazu muß man die Linienmuster für die einzelnen Elemente gut kennen. Welches „Linienmuster“ zu welchem Element gehört, kann in Laborexperimenten (wie zum Beispiel mit Spektrallampen für Schülerexperimente) ermittelt werden. Kein anderes Atom oder Ion kann zum Beispiel das bereits beschriebene

Balmer-Muster des Wasserstoffs reproduzieren, so daß wir grundsätzlich aus dem Spektrum eines Himmelsobjekts seine chemisch Zusammensetzung ableiten können. Bei komplizierten Elementen, zum Beispiel Eisen, sind tausende von Linien bekannt und katalogisiert. In einem Gas, das aus vielen Elementen besteht, vermischen und überlagern sich die Spektren aller Atome, so daß in Sternspektren ein außerordentliches Gewirr von Linien entstehen kann. So kompliziert atomare Spektren sein können – im Vergleich zu Spektren, die von Molekülen erzeugt werden, sind sie einfach. Die Energiezustände eines Moleküls sind nicht nur durch die „Bahnen“ in den einzelnen Atomen bestimmt, sondern enthalten zusätzliche Energieniveaus, die zum Beispiel durch Vibration oder Rotation der Moleküle entstehen [19]. Sie liegen sehr eng beieinander und werden deshalb „Molekülbanden“. Sie fallen allerdings in Sternspektren durch ihre breite und verschmierte Gestalt auf.

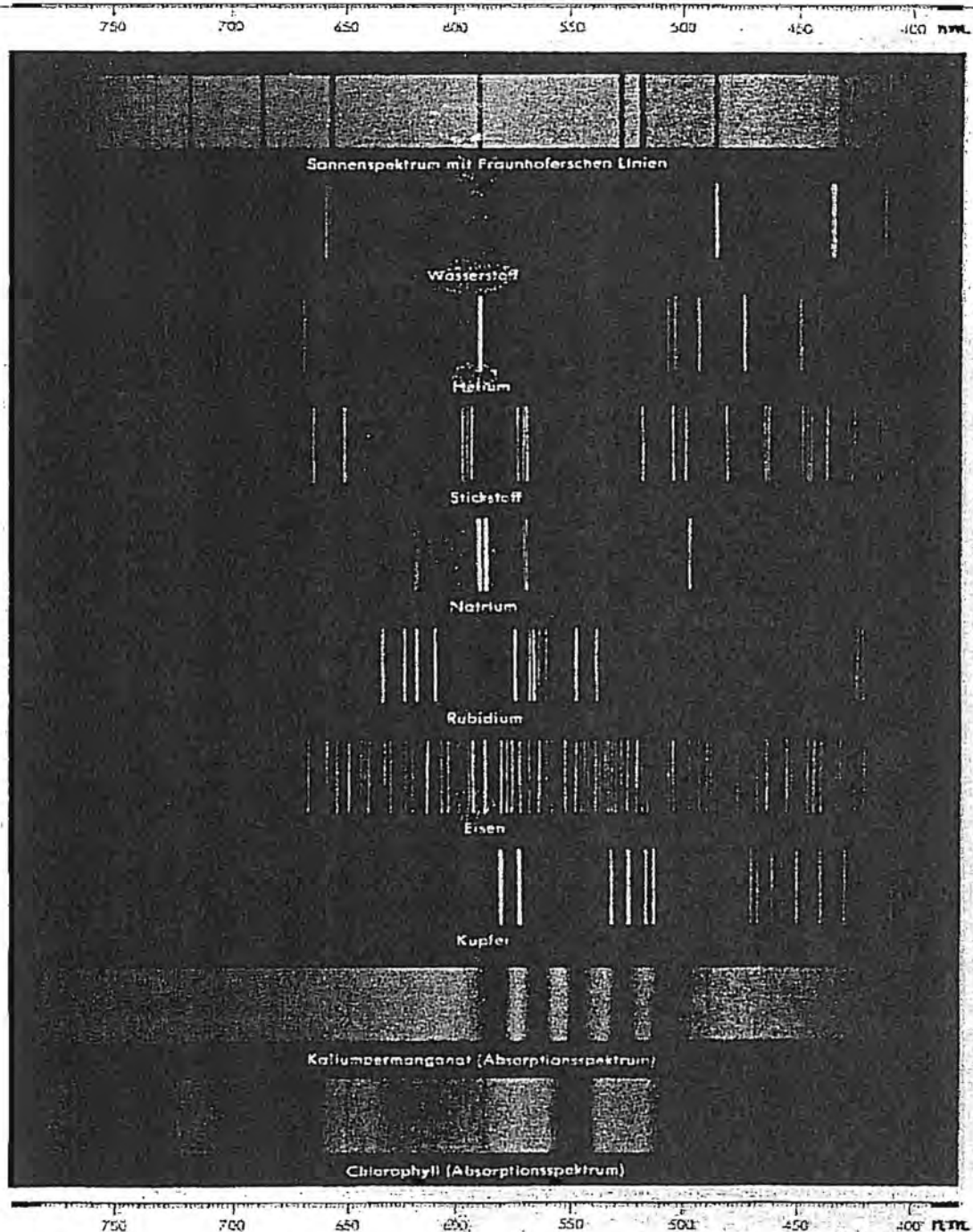


Abbildung 12: Einige charakteristische Spektren von Elementen und Molekülen

Die schwierige Aufgabe des Astronomen besteht nun darin, dieses Gewirr an Linien und Banden zu sortieren und herauszufinden, welches Detail eines Spektrums von welchem Atom oder Molekül erzeugt wurde.

3. Die Temperatur an der Sternoberfläche (Sternatmosphäre):

Ob und in welchem Maße ein Element seine Existenz im Absorptionsspektrum kundtut, hängt größtenteils von der Oberflächentemperatur des jeweiligen Sterns ab.

Wie kann man das verstehen?

Maßgeblich für die Stärke einer Linie ist die Besetzung des Ausgangszustandes, von dem das Elektron im Atom den Sprung zu einem anderen Energieniveau durchführt. Wieviel Elektronen sich in einem Gas aber auf einem bestimmten Niveau befinden, hängt eben von der Temperatur des Gases ab.

Wollen wir beispielsweise die Stärke der Balmerlinien des Wasserstoffs verstehen, so müssen wir die Besetzungshäufigkeit des zweiten Energieniveaus ($m=2$) untersuchen¹⁴. Bei Temperaturen unter 3.000° werden die Elektronen von Wasserstoffatomen fast nie aus dem Grundzustand herausgehoben. Mit steigender Temperatur kommt es nun häufiger zu Kollisionen, und die Zahl der Atome mit Elektronen auf dem zweiten Energieniveau nimmt zu. Die Linien werden nicht nur sichtbar, sondern auch dunkler. Das ist ein Zeichen dafür, daß immer mehr Licht dieser Balmer-Wellenlänge absorbiert wird. Oberhalb von 10.000° prallen die Atome so heftig zusammen, daß den Wasserstoffatomen ihre Elektronen mitunter ganz entrissen werden. Mit abnehmender Zahl von Atomen, deren Elektronen sich auf dem zweiten Energieniveau befinden, werden auch die Balmer-Absorptionslinien wieder schwächer. Die folgende Abbildung verdeutlicht, daß die Besetzung eines gegebenen Niveaus und damit das Auftreten und die Stärke bestimmte Linien also von der Temperatur abhängt.

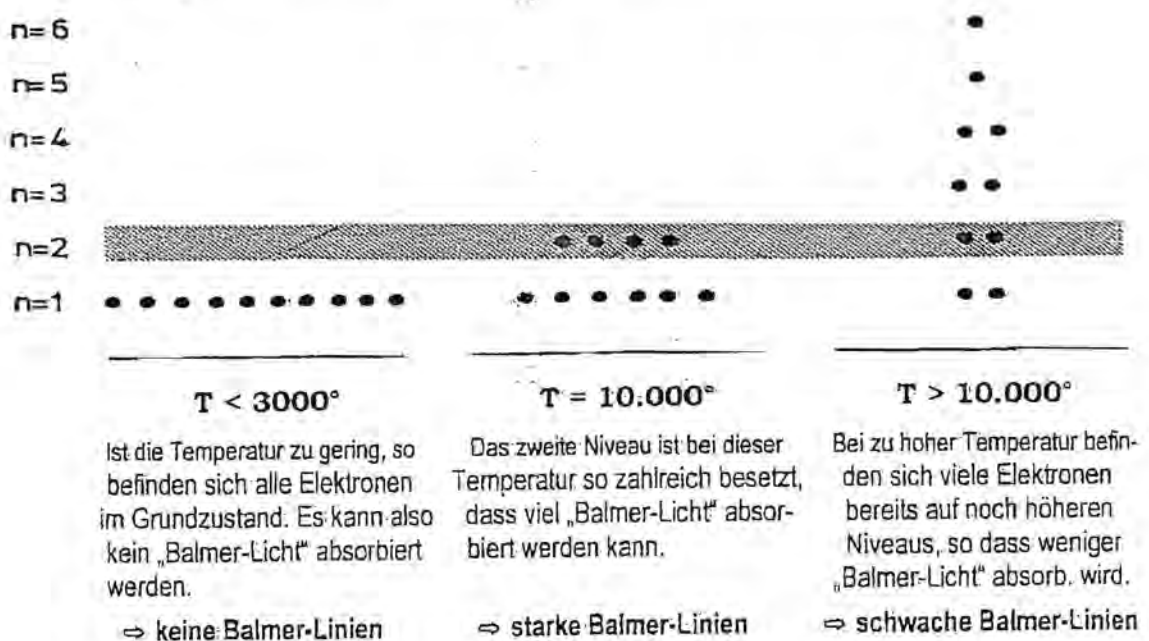


Abb. 13: Die Temperaturabhängigkeit der Besetzungswahrscheinlichkeit atomarer Energieniveaus

¹⁴ Die Temperaturabhängigkeit der Anzahl N_m angeregter Elektronen wird über die Boltzmann-Gleichung $N_m = N_1 \cdot \exp\{-E_m/k_B T\}$ geregelt.

Die Absorptionslinienmuster der anderen Elemente folgen einem ähnlichen temperaturabhängigen Anstieg und Abfall mit einer optimalen Temperatur, bei der die Linien am stärksten sind. Das folgende Diagramm zeigt diese Temperaturabhängigkeit für einige charakteristische Linien stellarer Atome bzw. Ionen.

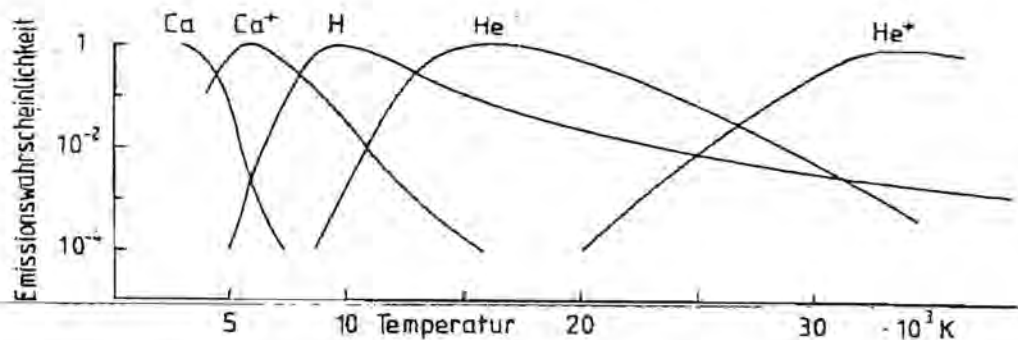


Abb.14: Die Temperaturabhängigkeit für das Auftreten einiger Linien stellarer Atome bzw. Ionen

Dieses Diagramm veranschaulicht auch, warum die Spektren bei verschiedenen Oberflächentemperaturen ein unterschiedliches Aussehen haben. Astronomen können daher die Temperatur eines Sterns von der jeweiligen Stärke seiner Absorptionslinien ableiten. Wir erkennen, daß beispielsweise die Balmerlinien des Wasserstoffs bei 10.000° Oberflächentemperatur optimal angeregt werden. Entsprechend stark erscheinen sie in Sternen, die diese Temperatur haben (A0-Sterne). In Sternen höherer oder tieferer Temperatur sind sie dagegen schwächer oder fehlen ganz. Für die anderen Elemente (und die ihnen zugeordneten charakteristischen Linien) gilt ähnliches, nur in anderen Temperaturbereichen. So wird verständlich, daß auch die Intensitätsverhältnisse von Linien eine Aussage über die Temperatur ermöglichen. Da aber das Auftreten bestimmter Linien und ihre Intensitätsverhältnisse zueinander zur Klassifikation von Sternspektren herangezogen wurden, wird deutlich, daß die Harvard-Klassifikation im wesentlichen eine Reihung der Oberflächentemperatur ist.

Damit sind wir am Ziel angekommen:

Der Vergleich der Harvard-Klassifikation mit der temperaturabhängigen Absorptionswahrscheinlichkeit einiger typischer atomarer Linien zeigt, daß die Reihung:

O --- B --- A --- F --- G --- K --- M

Eine Temperatursequenz ist. Die „Aufnahme und Analyse von Sternspektren“ kann also zur Bestimmung der Oberflächentemperatur der Sterne benutzt werden. Durch das Aussehen eines Spektrums kann diese unter Beachtung besonderer Detailfragen, wie zum Beispiel:

- Wie stark ist die Balmerlinie des Wasserstoffs?
- Kann man die „H“- und „K“-Linien von Ca⁺ erkennen? Wenn ja wie stark?
- Wie stark ist die „K“-Linie im Vergleich zur „H“-Linie?
- Besitzt das Spektrum viele oder nur ganz wenige Linien?
- Kann man Molekülbanden erkennen?

recht genau einer Harvard-Klasse zugeordnet werden. Mit dieser Zuordnung hat man dann auch die Temperatur des Sterns in seiner Atmosphäre bestimmt.

In der folgenden Abb.15 werden die Spektralklassen gemeinsam mit den maßgeblichen Temperaturen, typischen Spektren und einigen Klassifikationshilfen zusammengefaßt.

1.2 Abschließende Bemerkungen:

1. Die Intensitätsverteilung der Sternstrahlung im Spektrum wird durch das Plancksche Strahlungsgesetz beschrieben. In der folgenden Abbildung wird deutlich, daß die Form dieser Kurve (insbes. die Lage des Maximums) temperaturabhängig ist.

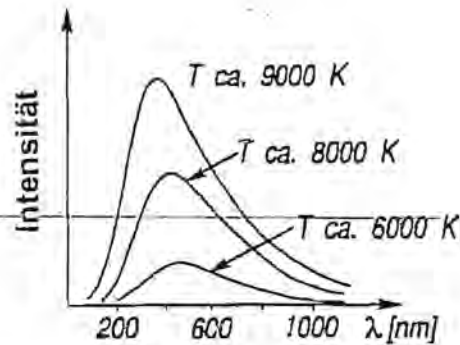


Abb. 16: Intensitätsverlauf im Spektrum in Abhängigkeit von der Temperatur des lichtaussendenden Körpers

Es könnte nun prinzipiell gefragt werden, wieso die Oberflächentemperatur der Sterne hier nicht aus der Lage des Maximums, also aus dem Wienschen Verschiebungsgesetz:

$$T \cdot \lambda_{\text{Max}} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ K } ([T] \text{ in Kelvin}),$$

abgeleitet wurde, insbesondere weil gerade die Sterne sich in guter Näherung wie „schwarze Strahler“ verhalten.

Die Frage ist insofern berechtigt, als die Intensitätskurve prinzipiell ebenso aus dem Spektrum, und zwar durch Photometrie des Kontinuums, gewonnen werden kann. Zusätzlich bestünde dann auch die Möglichkeit, den Zusammenhang zwischen dem Intensitätsverlauf und der Sternfarbe deutlich zu machen.

Diese Methode stößt aber auf praktische Schwierigkeiten, die nicht nur in der Schulastronomie kaum zu lösen sind. Das aufgenommene Spektrum ist nämlich nicht das „reine“ Spektrum, sondern eine Überlagerung mehrerer Komponenten. So macht sich die Erdatmosphäre ebenso deutlich bemerkbar wie auch die Einflüsse der Beobachtungsinstrumente. Die Befreiung eines Spektrums von diesen Einflüssen ginge über den Rahmen dieses Artikels deutlich hinaus.

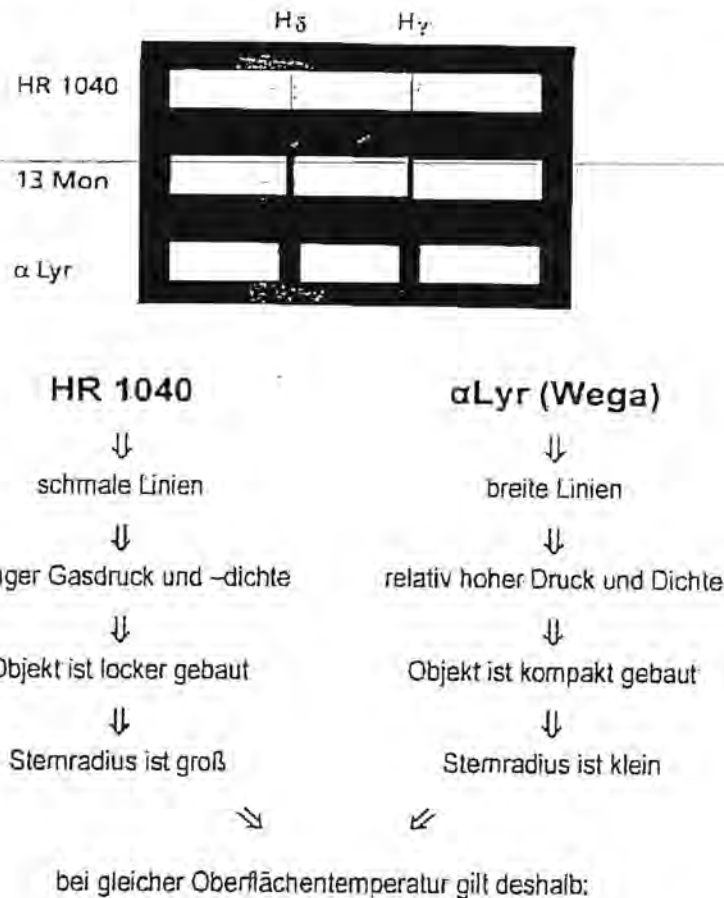
2. Aus der Analyse der Absorptionslinien in Sternspektren kann natürlich nicht nur die Oberflächennatur der Sterne abgeschätzt werden, sondern viele andere physikalische Zustandsgrößen. Eine interessante Fortsetzung bestünde beispielsweise in der Analyse der Linienbreite bei Sternen gleicher Oberflächentemperatur. Diese Linienbreite hängt wesentlich vom Druck und von der Dichte in einer Sternatmosphäre ab. Je höher Druck und Dichte sind, desto häufiger stoßen die Gasatome zusammen. Dabei werden die Elektronenbahnen um die Atomkerne gestört, so daß die absorbierten Lichtwellenlängen etwas „verschmiert“ werden – dadurch verbreitern sich die Absorptionslinien. Diese Tatsache wird um so verständlicher, da sie mit der bereits besprochenen Beobachtung übereinstimmt, daß heiße Gase unter hohem Druck keine Linienspektren, sondern kontinuierliche Spektren emittieren.

Aus dem Vergleich von Spektren gleichen (Harvard-)Spektraltyps kann die sog. Leuchtkraftklassifikation der Sterne (siehe [23]) vorgenommen und daraus zum

Beispiel der Sternradius¹⁵ abgeschätzt werden [24] Den wesentlichen Argumentationsgang verdeutlicht die folgende Abbildung.

Die Sterne HR 1040, 13 Mon und α Lyr (Wega) gehören zur Spektralklasse A0, sie besitzen demzufolge die gleiche Oberflächentemperatur T.

Da die Balmer-Linien in ihren Spektren voneinander verschiedene Breiten besitzen, werden sie in unterschiedliche Leuchtkraftklassen unterteilt.



Leuchtkraft von HR 1040 > Leuchtkraft von α Lyr

Abb. 17: Leuchtkraftklassifikation aus Linienbreite

Andere Zustandsgrößen folgen aus weiteren Zusammenhängen, für Hauptreihensterne zum Beispiel:

- Aus Masse-Leuchtkraft-Beziehung: > **Sternmasse** [25]
 - Aus Masse-Radius-Beziehung: > **mittlere Dichte** [26]
3. Ein wichtiger Aspekt bei der Analyse von Sternspektren wurde bisher noch nicht erwähnt. Verdeutlicht man sich den Weg des Lichts vom Sterninnern bis zum irdischen Beobachtungsinstrument, wird deutlich, daß nicht alle Absorptionslinien von Ereignissen in der Sternatmosphäre stammen müssen. Tatsächlich beobachtet man in allen Spektren immer auch Absorptionslinien, die durch

¹⁵ Die Leuchtkraft L ist proportional zur Sternoberfläche ($\sim R^2$) und zur pro Flächeneinheit abgestrahlten Energie, die nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz proportional T^4 ist. Damit wird auch theoretisch deutlich, daß aus der Bestimmung von T (Harvard-Spektraltyp) und L (Leuchtkraftklasse) der Sternradius bestimmt werden kann.

Atome und Moleküle unserer Erdatmosphäre (insbesondere durch Wasserdampf) verursacht werden. Um dies zu erkennen, wählt man in der astronomischen Spektrographie für jede Nacht einen zusätzlichen heißen Standardstern (wenn möglich, einen O-Stern) aus, der durch sein weitgehend linienfreies Spektrum die tellurischen Linien „verrät“ [23].

Schon ein grober anschaulicher Vergleich zwischen einer Sternatmosphäre und der Erdatmosphäre zeigt aber, daß diese Linien natürlich sehr schmal und schwach gegenüber den stellaren Absorptionslinien erscheinen. Sie spielen deshalb vor allem in der hochauflösenden Spektrographie eine Rolle. In den Sternspektren, die mit einem selbstgebauten Objektivprismenspektrographen aufgenommen werden, spielen diese tellurischen Linien deshalb keine Rolle. Darum wurde ihre Existenz hier nicht thematisiert.

4. Bisher wurden Sterne betrachtet, die nur Absorptionslinien in ihren Spektren besitzen. Damit erfaßt man auch die meisten Sterne, aber eben nicht alle. Tatsächlich zeigen etwa 15% der heißen Sterne (also von „O“ bis zu den frühen „A“-Typen) im Unterschied zu den übrigen in ihren optischen Spektren zumindest zeitweilig Balmer-Linien, sowie Fe- und Mg-Linien in **Emission** [12]. Dieses Phänomen, daß als helle Emissionslinien auf dem schwächeren Hintergrund des Kontinuums erscheinen, wurde bereits von Angelo Secchi bei den Sternen $\square$ Cas und β Lyr beobachtet. Solche Sterne erscheinen mit dem Zusatz „e“ im Spektalkatalog. Wir sprechen somit von „Oe“- „Be“- und „Ae“-Sternen [27].

Ein weitere Fortsetzungsmöglichkeit dieser Reihe bestünde in der Beobachtung von Sternen, die im Laufe der Zeit Veränderungen in ihren Spektren offenbaren. Die Interpretation gerade solcher veränderlichen Sterne stellt eine große und faszinierende Herausforderung dar. Die Langzeitüberwachung solcher Objekte bietet sich im übrigen besonders für Amateurastronomen an, da sie bereits mit relativ bescheidenen Instrumenten möglich ist und im Zeitalter der hoffnungslosen Überlastung der professionellen Sternwarten sogar einen bedeutenden Beitrag zur Forschung liefern kann. Auf diese Weise haben sich bereits in Deutschland einige „Spektroskopie-Sternfreunde“ – die „Fachgruppe Spektroskopie der VdS“ einen Namen gemacht.

Literatur:

- [1] Krug, E., Bürgels Himmelskunde, S.57, Goldmann-Verlag, 1979
- [2] Schäfer, H. Elektromagnetische Strahlung, S. 116f, Vieweg-Verlag, 1985
- [3] Schäfer, H. Elektromagnetische Strahlung, S. 116f, Vieweg-Verlag, 1985
- [4] Spektrum der Wissenschaften Biographie, Newton, S. 27, 1/1999
- [5] Spektrum der Wissenschaften Biographie, Newton, S. 33, 1/1999
- [6] Littrow, J. J.v., Die Wunder des Himmels, S. 245, Dümmler-Verlag, 1963
- [7] Littrow, J. J.v., Die Wunder des Himmels, S. 246, Dümmler-Verlag, 1963
- [8] Littrow, J. J.v., Die Wunder des Himmels, S. 463f, Dümmler-Verlag, 1963
- [9] Dannemann, F., Aus der Werkstatt großer Forscher, Engelmann-Verlag, 1922
- [10] Winkhaus, M., Bestimmung der Dichtestruktur oszillierender Be-Stern-Scheiben mittels Dopplertomographie, Diplomarbeit Ruhr-Uni-Bochum, 1977
- [11] Winkhaus, M., Bestimmung der Dichtestruktur oszillierender Be-Stern-Scheiben mittels Dopplertomographie, S. 15f, Diplomarbeit Ruhr-Uni-Bochum, 1977
- [12] Winkhaus, M., Bestimmung der Dichtestruktur oszillierender Be-Stern-Scheiben mittels Dopplertomographie, S. 10, Diplomarbeit Ruhr-Uni-Bochum, 1977

- [13] Winkhaus, M., Bestimmung der Dichtestruktur oszillierender Be-Stern-Scheiben mittels Dopplertomographie, S. 47ff, Diplomarbeit Ruhr-Uni-Bochum, 1977
- [14] DTV-Atlas zur Astronomie, 1996
- [15] DTV-Atlas zur Astronomie, S. 37, 1996
- [16] Kaler, J. B., Sterne und ihre Spektren, S. 75, Spektrum-Verlag, 1994
- [17] Kaler, J. B., Sterne und ihre Spektren, S. 90, Spektrum-Verlag, 1994
- [18] Kaler, J. B., Sterne und ihre Spektren, S. 91, Spektrum-Verlag, 1994
- [19] Kaler, J. B., Sterne und ihre Spektren, S. 68, Spektrum-Verlag, 1994
- [20] Moore, P., Das Weltall, S. 76, Orbis-Verlag, 1988
- [21] Schlosser, W., Astronomische Musterversuche, S. 157, Hirschgraben-Verlag, 1986
- [22] Schlosser, W., Astronomische Musterversuche, S. 155, Hirschgraben-Verlag, 1986

- [23] Voigt, H. H., Abriss der Astronomie, S. 149, BI-Verlag, 1988
- [24] Voigt, H. H., Abriss der Astronomie, S. 156, BI-Verlag, 1988
- [25] Voigt, H. H., Abriss der Astronomie, S. 268, BI-Verlag, 1988
- [26] Voigt, H. H., Abriss der Astronomie, S. 159, BI-Verlag, 1988
- [27] Dachs, J., Kühle Gasringe um heiße Sterne, Sterne und Weltraum S. 798 11/1995